



ISSN 0032-70472

Herausgeber:

StDir. *Dietrich Pohlmann*
(Geschäftsführender Herausgeber)
Prof. Dr. *Helmut Siemon*

Schriftleitung:

StDir. *Dietrich Pohlmann*

Verantwortlich für den **Aufgabenteil:**
StDir. *Josef Rung*

Satz und Grafiken: DTP-design, 36304 Alsfeld

Druck: SZ-Druck
53757 St. Augustin

© Aulis Verlag Deubner & Co KG Köln 1999

Wissenschaftlicher Beirat:

StD *F. Barth*, München
Prof. Dr. *Hans Günther Bigalke*, Celle
Prof. Dr. *Jörn Bruhn*, Hamburg
Prof. Dr. *J. Cofman*, Erlangen
Prof. Dr. *J. Flachsmeyer*, Greifswald
Prof. Dr. *R. Fritsch*, München
Prof. Dr. *Heinz Griesel*, Kassel
Prof. Dr. *R. Ineichen*, Fribourg/CH
OStD *J. Kratz*, Gauting
Dr. *Ivan Paasche* (†), Stockdorf
Prof. Dr. *Günter Pickert*, Gießen
Prof. Mag. Dr. *H. C. Reichel*, Wien/A
Prof. Dr. *Hans-Georg Steiner*, Bielefeld
Prof. Dr. *Hans-Jochaim Vollrath*, Würzburg
Prof. Dr. *H. Zeitler*, Bayreuth

Die erste (fette) Zahl gibt die Hefnummer, die zweite die Seite an

PM BEITRÄGE

<i>Zita</i> (†), 1999 - schwer zugänglich	1 , 20
Abituraufgaben aus Frankreich	4 , 170
Aufruf zur Mitarbeit	4 , 179
Mathematiker und die Nullen	6 , 271
<i>Armbrust</i> , Ein Choral nach <i>Adam Ries</i>	6 , 274
<i>Baumann</i> , Mathematische Facharbeiten	1 , 1
<i>Behr</i> , Drehsymmetrische Parkettierungen	6 , 255
<i>Bindl</i> , Geometrische Reihen in der 9. Klasse	3 , 101
<i>Börgens</i> , Vereinfachte Darstellung kombinatorischer Summenformeln	2 , 66
<i>Brandt</i> , Navigation und analytische Geometrie	6 , 252
<i>Brockmeyer</i> , Die Briefmarke zum ICM 1998 enträtselt	1 , 29
<i>Buchholz</i> , Halbierung einer Halbkreisfläche durch eine Sehne ..	4 , 168
<i>Bücker</i> , Schnittpunktberechnung (Gereimtes)	2 , 76
<i>Engel</i> , Kurvenanpassung im Streudiagramm mit gleitenden gewichteten Mittelwerten	2 , 69
<i>Fraedrich</i> , Die Satzgruppe des <i>Pythagoras</i> im euklidischen Raum der Dimension n . Teil 2	1 , 15
<i>Fricker</i> , Anmerkung zu "Eine Funktionsgleichung mit didaktischem Wert"	2 , 77
<i>Geisreiter</i> , Einführung in die Logarithmusfunktionen über die Funktionalgleichung in der Sek. II	4 , 157
<i>Göbels</i> , Warten auf den ersten Treffer bei Glücksspielen zu zweit	2 , 58
<i>Göbels</i> , Verallgemeinerung des Problems des <i>Chevalier de Meré</i>	2 , 61
<i>Götz / Haag</i> , Ein Strahlensatz am Kreisbüschel	3 , 119
eine Ergänzung von <i>Saam</i>	5 , 229
<i>Grabinger</i> , Wie Microsoft Kurven biegt: Mathematik mit Paintbrush	1 , 22
<i>Gronau/Sewerin</i> , Die XXXIX. Internationale Mathematik- Olympiade	1 , 28
<i>Gronau/Sewerin</i> , Die XL. Internationale Mathematik- Olympiade	6 , 273
<i>Haag</i> , s. <i>Götz / Haag</i>	
<i>Haller</i> , Combinatio: nicht <i>Buckly</i> , sondern <i>Cardano</i> - und die (2^n-1) -Regel	2 , 59
<i>Hertrampf</i> , Pythagoräische Spiralen und Verallgemeinerungen	6 , 268
<i>Hintze</i> , Abitur- und Klausuraufgaben: Untersuchung einer erweiterten e-Funktion (LK Analysis)	6 , 269
Bestimmung einer orthogonalen Basis ... (LK Analyt. Geom.)	6 , 270
<i>Hönig</i> , Asymptotenbestimmung mit drei verschiedenen Resultaten ?	3 , 128

Hönig, Rechenarten höherer Stufen - Superpotenzen -

<i>Ackermann-Funktion</i>	6 , 261
<i>Hübler</i> , Achtung: effektiver Jahreszins	2 , 76
<i>Hübler</i> , Märchenhafte Verzinsung oder Alptraum ?	3 , 118
<i>Humbert / Pohlmann</i> , Resümee des MNU-GI-Gesprächs anlässlich des MNU-Kongresses 1999	4 , 183
<i>Humenberger</i> , Problemlösen (II)	3 , 105
<i>Janssen</i> , Anleitung zu Lösung eines Zahlenrätsels	3 , 117
<i>Kirsch</i> , Effektiv- und Rendite-Angaben verstehen und nachprüfen	6 , 241
<i>Kirsch</i> , s. <i>Schorn</i>	
<i>Köhler</i> , Analysisunterricht mit grafikfähigen Taschenrechnern	6 , 247
<i>Laumeyer</i> , Theater im Mathematikunterricht	3 , 102
<i>Lehmann</i> , Mathematik mit Bausteinen und ihren Parametern	3 , 97
<i>Metzger</i> , Zyklusbestimmung beim $(bn+1)$ -Algorithmus	1 , 25
<i>Neumayer</i> , Der Begriff "Konstruierbarkeit" in der Geometrie	4 , 148
<i>Paasche</i> , Zum Beweis des Satzes von <i>Feuerbach</i>	4 , 156
<i>Pickert</i> , <i>Thaleskreis</i> , Mittelsenkrechte und Mittendreieck	4 , 156
<i>Pickert</i> , Bemerkungen zur <i>Bezier</i> -Kurve	5 , 228
<i>Pickert</i> , Eine Bemerkung zum Beitrag von <i>H.-J. Sander</i>	6 , 272
<i>Rathgeber</i> , Offener Stochastikunterricht	1 , 6
<i>Rathgeber</i> , Zum 'Sinn' im offenen (informationstechnischen) Unterricht	4 , 180
<i>Rössler</i> , <i>Karo</i> ist Trumpf (Gitterpunkt-Vielecke)	3 , 115
<i>Saam</i> , s. <i>Götz / Haag</i>	
<i>Sander</i> , Der höchste Punkt der Fahrradkette bei elliptischem vorderem Kettenblatt	4 , 169
<i>Schäfer</i> , Überraschungen aus Statistischen Jahrbüchern	1 , 11
<i>Schönwald</i> , Mathematische Bemerkungen zum 10 DM-Schein	3 , 113
<i>Schönwald</i> , Lehrgedanken zu TIMSS	4 , 173
<i>Schönwald</i> , Ein Beweis des Satzes von <i>Pythagoras</i> als Bilder- geschichte	6 , 267
<i>Schönwald</i> , Geometrische Reihen in der 7. Klasse	6 , 274
<i>Schorn</i> , Die Zerlegung von Rechtecken in inkongruente Quadrate	3 , 126
eine Ergänzung von <i>Kirsch</i>	5 , 230
<i>Sewerin</i> , s. <i>Gronau/Sewerin</i>	
<i>Stärk</i> , Über Kegelschnitte, die einen gemeinsamen Brennpunkt besitzen	4 , 152
<i>Strick</i> , Vierfeldertafeln im Stochastikunterricht der Sek. I / II	2 , 49
<i>Strick</i> , BINGO ! (Warten auf einen Erfolg)	2 , 62
<i>Strick</i> , Pressemeldungen (6): Viel Lärm um nichts	2 , 74
<i>Strick</i> , Pressemeldungen (7): Babyboom im Hochsommer	3 , 120
<i>Strick</i> , Pressemeldungen (8): Das Wetter am Wochenende	4 , 145
<i>Wagenknecht</i> , Informatikfundierter Mathematikunterricht	3 , 124
<i>Warneke</i> , Lineare Funktionen und Teilbarkeitsaspekte	2 , 77
<i>Zettler</i> , Und noch ein Herz	6 , 274

PM JAHRESVERZEICHNIS 1999

PM COMPUTERPRAXIS

Caspar, Herzkurven	1, 30
Fuchs, Ableiten durch Linearisierung	2, 78
Haertel, Und noch einmal eine Herzkurve	6, 280
Henning/Keune, Kalkulierte Modellbildung	5, 193
Herrmann, Verifikation von Algorithmen	5, 215
Herrmann, Die Ganzzahl-Arithmetik von Java	6, 276
Kayser, Der Krümmungsterm	1, 34
Keune, s. Henning/Keune	
Koth, Kochkurve, Kreuzstichkurve, Eiskurve & Co	1, 31
Kriegel, Eine Herzkurve	4, 184
Leßmann, Mustererkennung	5, 213
Matthäus, Methodisch mühsames modulares C	5, 210
Rathgeber, Simulationen im offenen informationstechnischen Unterricht	5, 224
Schmid, Mandelbrot-Menge zur logistischen Funktion	5, 203
Treiber, Eine Springerirrfahrt, Teil 2	3, 129
Tschampel, Methoden der Funktionellen Spezifikation	5, 220
Wüstenhagen, Der schiefe Kreiskegel und die schiefen Kegel mit regelmäßigen n -Ecken als Grundfläche	5, 198

PM AUFGABEN

Dr. I. Paasche verstorben	6, 281
Nebst Lösung:	
Nachtrag zu P 1022: Gauß-Poncelet-Geraden	3, 134
Zur Lösung von P 1024: Nicht entartete gleichseitige Hyperbel durch 4 Punkte	3, 134 u. 3, 136
Nachtrag zu P 1025: Quersummenquadrate	3, 136
P 1027. Diophantische Gleichung	1, 37
P 1028. Eine einfache Abschätzung	2, 82
P 1029. Koppunktalitätssatz	3, 130
P 1030. Optimal merkwürdig ?	4, 185
P 1031. Rekursionsformel	5, 231
P 1032. Freigegeben ab 14	6, 282
Ohne Lösung:	
P 1033. Punkte, Kanten, Graphen	3, 130
P 1034. Teilbarkeit durch 3^3	4, 185
P 1035. g -adische Entwicklung	5, 230
P 1036. Hippokrates von und für Schüler(innen)	6, 281
Hillenbrand, Eine offene Aufgabe: Neue Münzen	3, 137
Pickert, Offene Aufgabe: Teilbarkeit eines Differenzen- produkts	6, 283

PM KURZPROBLEME

Q 335. Merkwürdige Quadratwurzel	1, 37
Q 336. 1999 und 2000	2, 82
Q 337. Zufällige Produkte	3, 130
Q 338. Potenzgleichungen	4, 185
Q 339. Pentomino-Rahmen-Problem	5, 230
Q 340. Von Diophant (250 n.Chr.) zu den Vektorquotienten (1996) in Sachen $A^2 + B^2 = C^2 + D^2$	6, 281
Q 341. Aus der Reihenlehre	6, 281
Q 342. Höhendreieck und Höhenschnittpunktedreieck	6, 281
Q 343. Stern * und Kreuz †	6, 281
Q 344. Mal statt Plus (falsch gerechnet und doch richtig)	6, 281
Q 345. Einhüllende	6, 282

PM AUFGABEN MIT LÖSUNGEN

Paasche, Ohne Name des Satzes (zu Wallace-Gerade)	1, 38
Rung, P 1021. Quadratzahlen und Kuben - Nachträge weitere Nachträge (1021* und 1021**)	1, 39
Kroll, A 698. Dreiecksumfang und Berührungskreis - eine synthetische Lösung	2, 83
Paasche, A 693. Höhenfußpunktdreieck und Umkreisdurchmesser - primavista-Beweis	1, 40

Löffler, A 704 - 707 Bundeswettbewerb Mathematik 1998 - 2. Runde ..	2, 85
Härterich/Sewerin, Lösungen zu den Aufgaben der 39. IMO	2, 87
Löffler, A 708 - 711. Bundeswettbewerb Mathematik 1999 - 1. Runde ..	2, 85

PM NEUE BÜCHER

NEUERSCHEINUNGEN	1, 40; 3, 138; 5, 234
Bartsch, !Switch On: Kleine Formelsammlung Mathematik mit Mathcad 5.0 (Weller)	4, 188
Bauer, Lernen an Stationen (Hase)	4, 187
Bauer, Geometrische Körper (Hase)	4, 187
Begehr, Mathematics in Berlin (Reuter)	3, 141
Bewersdorff, Glück, Logik und Bluff (Stein)	2, 90
Bergert/Schwarze, Maple in der Physik (Weber)	6, 284
Borges, Schönheit der Mathematik (Weller)	4, 187
Bouchard, Office 97 - Das Kompendium (Weller)	2, 92
Brandl, Vorlesungen über Analytische Geometrie (Siemon)	3, 140
Canty, Chaos und Systeme (Tschampel)	4, 189
Claus/Schwill, Schüler-Duden: Informatik (Heide)	3, 142
Cofman, Einblicke in die Geschichte der Mathematik (Kappes)	6, 283
Culwin, Java objektorientiert (Heide)	5, 236
Daschner/Drews, Kursbuch Referendariat (Stein)	2, 93
Diederich/Tenorth, Theorie der Schule (Stein)	3, 141
Diemer, Mathematik mit Maple V (Rel. 4) (Weller)	4, 188
Dufner u.a., Fraktale und Julia-Mengen (Weller)	4, 186
Eggenberg / Hollenstein, mosima 2: Materialien für offene Situationen im Mathematikunterricht (Stein)	4, 187
Elschenbroich, Geometrie beweglich mit GEOLOG (Stein)	4, 189
Endl, Wunderwelt Interaktiver Computergrafik (Pohlmann)	2, 91
Fernau, Iterierte Funktionen, Sprachen und Fraktale (Tschampel)	1, 45
Fischer, Einstein (Stein)	4, 190
Fleischer, Programmentwicklung mit Delphi (Heide)	4, 188
Frisch, Windows NT - System-Administration (Heide)	2, 93
Fröhler, Die neue Rechtschreibung / PC-Konvert (Weller)	1, 45
Grätzer, Math into LATEX (Tschampel)	1, 45
Herrmann, Algorithmen Arbeitsbuch (Waid)	1, 44
Hillebrand, Elektronische Aufgabensammlung (Weller)	3, 141
Ineichen, Würfel und Wahrscheinlichkeit (Stein)	2, 91
Kadunz, Mathematische Bildung und neue Technologien (Pohlmann) ..	2, 91
Kemnitz, Mathematik zum Studienbeginn (Weber)	4, 187
Klotzek, Analytische Geometrie und Lineare Algebra (Stein)	2, 90
Kobusch / Mojsisch, Platon in der abendländischen Geistes- geschichte (Stein)	6, 284
Koehlin/Zwaan, Informationen: beschaffen, bewerten, benutzen (Weller)	5, 235
Koerber/Peters, Informatische Bildung in Deutschland (Weller)	2, 92
Krabs, Mathematische Modellierung (Tschampel)	1, 43
Krainz-Dürr, Was Schulen bewegt (Weber)	2, 93
Küveler/Schwoch, Arbeitsbuch Informatik (Heide)	1, 45
LISA, Grafikfähige Taschenrechner (Weller)	2, 93
Lorenz, Funktionentheorie (Hase)	3, 139
Maeger, Geometrika - Spiele mit Herz 2 (Stein)	2, 91
Mann, Besser in Mathematik: Analyt. Geometrie (Hase)	3, 141
Maaß / Stöckl, CD-ROM Mathe Tutor: Nachhilfe Mathematik Geometrie Sek I (Böer)	6, 284
Matthäus, Lösungen für die Statistik mit Excel 97 (Fechtnner)	2, 91
Mehlmann, Wer gewinnt das Spiel ? (Stein)	4, 188
Meyer, Erfolgsschlüssel Objekttechnologie (Pohlmann)	4, 189
Miller, „Das ist ja wieder typisch“ (Weber)	2, 93
Modrow, Informatik mit Delphi (Heide)	2, 92
Möller, Algorithmische Lineare Algebra (Weller)	3, 140
Monadjemi, Windows 98 - Kompendium (Heide)	2, 92
Naas/Tutschke, Große Sätze und schöne Beweise der Mathematik (Hase)	3, 139
Nickles, Nickles PC-Report (Pohlmann)	5, 236
Oberdorfer, Phänomenale Mathe-Magie (Stein)	5, 236
Osserman, Geometrie des Universums (Pohlmann)	4, 188
Piehler, Mathematik zum Studieneinstieg (Tschampel)	3, 140
Pohlmann / Tschampel, KAT Math 9: Leistungskurse Lin. Algebra / Analyt. Geometrie (Stein)	4, 187
Portz, Galilei und der heutige Mathematikunterricht (Welke)	1, 43
Råde/Westergren, Springer Mathematische Formeln (Pohlmann)	1, 44
Schmidt, Historische Verfahren - zeitgemäß aufbereitet (Kopiervorlagen Mathematik) (Stein)	3, 140
Schmidt, Prof. Dr. A. Bakus: TI 30-Xa (Kopiervorlagen) (Heide)	3, 141

PM JAHRESVERZEICHNIS 1999

Schneider, Die Informatik AG: Telekooperation (Kappes)	4, 188
Schöning, Logik für Informatiker (Tschampel)	1, 44
Schöning, Perlen der Theoretischen Informatik (Tschampel)	4, 189
Schwarz, Numerische Mathematik (Kappes)	2, 90
Schwarz, Einführung in die Elementare Zahlentheorie (Weller)	6, 284
Schwengeler, Geometrie experimentell (Hase)	2, 91
Schwittlinsky, Besser in Mathematik: Integralrechnung (Hase).....	3, 141
Spolwig, Objektorientierung im Informatikunterricht (Weller)	4, 189
Stary, Visualisieren (Hase)	3, 141
Steffen, Geometrische Körper und Platonische Körper (Stein)	2, 91
Stewart, Die gekämmte Kugel (Tschampel)	1, 43
Stewart, Die Zahlen der Natur (Stein)	4, 187
Stingl, Mathematik für Fachhochschule, Technik und Informatik (Tschampel)	4, 186
Stöcker, DeskTop Mathematik (Heide)	1, 44
Volk, Mathematik und Erkenntnis (Pohlmann)	6, 284
Waismann, Einführung in das mathematische Denken (Tschampel)	1, 43
Warmuth, Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung (Stein)	4, 186
Weber (Hrsg.), Fertig ausgearbeitete Unterrichtsbausteine für das Fach Mathematik (Hase).....	6, 283
Zuber, Arbeitsbuch HTML 4.0 in der Schule (Heide)	6, 284

PM BERICHTE & MITTEILUNGEN

Learntec '99 • Pop-up Wörterbuch • Datenbank Energie • Ökobase • Neugierig auf Deutschland • Rechtschreibreform	1, 46
"Wirtschaft in Zahlen '98" vom BMWi	2, 81
Rechenbücher und mathematische Texte der frühen Neuzeit • Kreativität im Mathematikunterricht • Mathematik-Olympiade • PC-Wächter • GEBILDE - freie Software aus dem Internet • Sprachtest bei systema • Energiesparen in Schulen • Symbol für umweltfreundliche Lacke: „Blauer Engel“	2, 94
DMV-Tagung in Mainz • Informatik und Schule '99 • Systems '99 • CeBIT • MNU-Herbst-Tagungen • 11. Lehrerakademie Bremen • internet: ratgeber für lehrer • CASIO CFX bzw. VI-9850B-Plus • Öko-Siegel • Errata	3, 142
Bundeswettbewerb Informatik • Mathematik-Olympiade • Energie- Vergeudung • Umwelt im Internet • Totale Sonnenfinsternis.....	4, 190

NAMENVERZEICHNIS

Armbrust 6, 274	Gronau 1, 28; 6, 273
Arslanagic 5, 231	Gülischer 3, 130; 6, 282
Bartniczek 1, 37	Haag 3, 119
Baumann 1, 1	Haller 2, 59
Behr 6, 255	Haerel 6, 280
Bercea 3, 136	Härterich 2, 87
Bindl 3, 101	Hase 2, 91; 3, 139, 141; 4, 187; 6, 283
Böer 6, 284	Heide 1, 44, 45; 2, 92, 93; 3, 142; 4, 188; 5, 236; 6, 285
Börgens 2, 66	Heigl 5, 240
Brandt 6, 252	Henning 5, 193
Brockmeyer 1, 29; 2, 82; 6, 286	Herrmann 5, 215; 6, 276
Bubeck 1, 37	Hertrampf 6, 268
Buchholz 4, 168	Hillenbrand 3, 137
Bücker 2, 76	Hintze 2, 82; 6, 269, 270
Caspar 1, 30	Hönig 3, 128; 6, 261
Engel 2, 69	Hübler 2, 76; 3, 118
Fraedrich 1, 15	Huke 3, 130
Fechtner 2, 91	Humbert 4, 183
Fricker 2, 77	Humenberger 3, 105
Fuchs 2, 78	Janssen 3, 117
Geisreiter 4, 157	Kampf 4, 185
Giglberger 2, 96	Kappes 2, 90; 4, 188; 6, 283
Gloggengießler 3, 135	Kaysner 1, 34
Göbels 2, 58, 61; 6, 288	Keune 5, 193
Gorenflo 5, 230	Kirsch 5, 230; 6, 241
Götz 3, 119	
Grabinger 1, 22	

World mathematical Year 2000	5, 219
29. GI Jahrestagung • 46. Bremerhavener MNU-Tagung • MUED- Tagung • Neue Unterrichts-Materialien aus Rheinland-Pfalz • RAAbits Mathematik (19. Lieferung) • FX-Link-KIT für Windows • Know-How für Forschung • Sprach-Selbstlernkurse • Hausaufgaben-Suchmaschine • Suchmaschine infoseek • Reinigung von Schulgebäuden • Mathe-Chat im Mathe-Treff • Schulen ans Netz • Schlechte Noten für Deutschlands Schulen • Books on Demand • 14500 Schulen am Internet	5, 238
Interschul / didacta '2000 • 34. GDM-Tagung in Potsdam • 91. MNU- Kongress 200 in Stuttgart • Bundeswettbewerb Mathematik • Advanced Mathematics Software (TI) • RegiWin • PM-Sammelmappen • Jahr 2000-Check • 300 Jahre Dampfkraft • 500 Umweltstudiengänge • Grüße zum Neuen Jahr	6, 285

PM Arbeitsblätter / Kopiervorlagen

Addition/Subtraktion in \mathbb{N} (Pohlmann)	1, 48
Auflösen von Gleichungen (Giglberger)	2, 96
Wie die Inder und Araber multiplizierten (Schmidt)	3, 144
Quadratische Gleichungen (Lösungstexträtsel; Pohlmann)	4, 192
Die Fläche des Sierpinski Dreiecks (Heigl)	5, 240
Weihnachtsgrüße zweier Kurvenscharen (Göbels)	6, 288

Errata

S. 20 Literaturverzeichnis [10]: Der Beitrag erschien in PM 40 (1998) 14-17.
S. 29 rechte Spalte, Fehler in der Fig.: Das "mittlere" Quadrat hat die Seitenlänge $3x+y$, nicht $8x+3y-z$.
S. 38 rechte Spalte, Lösung von Q 335, 3. Zeile: $z \approx 1 - 0,5 \cdot 10^{-2n} - 0,125 \cdot 10^{-4n} + \dots$
S. 90 rechte Spalte, 6. Zeile: statt "a" lies "→"; (3x)!
S. 115 linke Spalte, Fig. 3.: es fehlt die Markierung der beiden untersten inneren Gitterpunkte.
S. 117 linke Spalte, Fig. 15.: es fehlt die Markierung der beiden Rand- Gitterpunkte (3 2) und (4 3) (, wenn der Gitterpunkt ganz unten links als Nullpunkt dient).
S. 127 rechte Spalte, 8. Z. v.u.: ... Ordnung (21) gefunden ...
S. 145 Überschrift: Pressemeldungen (8) - statt (6)
S. 156 linke Spalte, Zeile über (M): C, C' nicht kollinear ...
S. 184 rechte Spalte, Literaturangabe bei „Eine Herzkurve“: S. 30

Köhler 6, 247	Sewerin 1, 28; 2, 87; 6, 273
Koth 1, 31	Siemon 3, 140
Kriegel 4, 184	Spörer 4, 185
Kroll 1, 39	Stärk 4, 152
Laumeyer 3, 102	Stein 2, 90, 91, 93; 3, 140, 141; 4, 186, 187, 188, 189, 190; 5, 236; 6, 284
Lehmann 3, 97	Strick 2, 49, 62, 74; 3, 120; 4, 145
Leßmann 5, 213	Treiber 3, 129
Löffler 2, 85; 5, 232	Tschampel 1, 43, 44, 45; 3, 140; 4, 186, 189; 5, 220
Matthäus 5, 210	Waid 1, 44
Metzger 1, 25	Wagenknecht 3, 124
Neumeyer 4, 148	Warneke 2, 77
Paasche 1, 38, 40; 4, 156; 6, 281	Weber 2, 93; 4, 187; 6, 284
Pickert 4, 156; 5, 228; 6, 272, 282	Welke 1, 43
Pohlmann 1, 44, 48; 2, 91; 4, 183, 188, 189, 192; 5, 236; 6, 284	Weller 1, 45; 2, 92, 93; 3, 140, 141; 4, 186, 187, 188, 189; 5, 235; 6, 284
Rathgeber 1, 6; 4, 180; 5, 224	Werner 2, 84
Reuter 3, 140	Wüstenhagen 5, 198
Rössler 3, 115	Zettler 6, 274
Rung 1, 39; 2, 83; 3, 136	Zita (†) 1, 20
Saam 5, 229	
Sander 4, 169; 5, 219	
Schäfer 1, 11	
Schmid 5, 203	
Schmidt 3, 144	
Schönwald 3, 113; 4, 173; 6, 267, 274	
Schorn 3, 126	

Kurzfassungen Heft 1

Mathematische Facharbeiten PM 41 (1999) 1

R. Baumann

Unter einer mathematischen Facharbeit ist die Dokumentation einer mathematischen Projektaufgabe zu verstehen. Es werden Vorschläge zu Themenwahl, Aufgabenformulierung und Gliederung solcher Facharbeiten gemacht und vier Themenbeispiele vorgestellt.

Offener Stochastikunterricht PM 41 (1999) 6

C. Rathgeber

Im dargestellten Oberstufenunterricht eigneten sich die Schüler die Lerninhalte innerhalb der zeitlichen Vorgaben an und lernten - u.a. durch frei gewählte Projektarbeiten - selbständige Arbeitsweisen kennen. Es wird verdeutlicht, dass der offene Unterricht umfassend geplant werden muss.

Überraschungen aus Statistischen Jahrbüchern - Hinweise auf Aufgaben PM 41 (1999) 11

H. Schäfer

Hingewiesen wird auf noch nicht in Lehrbüchern behandelte Aufgabentypen zu den linearen Gleichungssystemen, zur Interpolation und Extrapolation. Ferner werden Aufgaben mit ergänzungsbedürftigen Daten erörtert. Beispiele zu den Kontingenztafeln und Rangtests sollen fürs notwendige Weiterlernen nach dem Statistikkurs werben.

Im letzten Drittel werden 10 erzieherische Ziele, die bei der Arbeit mit Statistischen Jahrbüchern erreichbar sind, mit Beispielen erörtert.

Die Satzgruppe des Pythagoras im euklid. Raum der Dimension n - Teil 2 PM 41 (1999) 15

A. M. Fraedrich

Faßt man das rechtwinklige Dreieck als "2-dimensionales rechtwinkliges Tetraeder" auf, so gelangt man durch Analogisierung rasch zu einer Vorstellung vom "n-dimensionalen rechtwinkligen Tetraeder". In Teil 1 des Beitrags wurde zunächst der Übergang zur Satzgruppe des Pythagoras für das 3-dimensionale rechtwinklige Tetraeder behandelt, und zwar in einer Form, welche die Verallgemeinerung auf höhere Dimensionen geradezu provoziert.

In Teil 2 des Beitrags wird diese "n-dimensionale Satzgruppe des Pythagoras" bewiesen, wobei immer wieder der Fall des 4-dimensionalen rechtwinkligen Tetraeders zur Erläuterung herangezogen wird. - In einer abschließenden Bemerkung wird die Vorgehensweise unter heuristischen Gesichtspunkten reflektiert.

1999 - schwer zugänglich PM 41 (1999) 20

K. Zita (†)

Arithmetik/Zahlentheorie um die neue Jahreszahl.

Wie Microsoft Kurven biegt: Mathematik mit Paintbrush PM 41 (1999) 22

B. Grabinger

Das Zeichenprogramm Paintbrush aus dem Zubehör von Windows bietet die Möglichkeit, zwei Punkte durch eine Kurve zu verbinden. Mit Methoden der Linearen Algebra wird der Versuch unternommen, den Algorithmus ausfindig zu machen, den Paintbrush zum Zeichnen dieser Kurve benutzt. Es bestätigt sich, dass zur Konstruktion eine quadratische Bezier-Kurve benutzt wird.

Zyklenbestimmung beim (bn+1)-Algorithmus PM 41 (1999) 25

K. H. Metzger

Beim (bn+1)-Algorithmus ($b \in \mathbb{N}$, ungerade) wird durch

$$a_{n+1} = \begin{cases} b \cdot a_n + 1, & \text{wenn } a_n \text{ ungerade} \\ \frac{a_n}{2}, & \text{wenn } a_n \text{ gerade} \end{cases}$$

jeder natürlichen Zahl an eine Nachfolgezahl a_{n+1} zugeordnet. Es wird gezeigt, wie man für einen b-Wert feststellen kann, ob im zugehörigen Algorithmus ein v-stufiger Zyklus existiert, d.h. ein Zyklus, dem v ungerade natürliche Zahlen angehören. Die Anwendung auf $b = 3$ führt zu einem schon lange vermuteten Satz.

Die XXXIX. Internationale Mathematik-Olympiade PM 41 (1999) 28

H.-D. Gronau / H. Sewerin

Bericht über die Austragung des Wettbewerbs 1998 in Taipeh (Taiwan) mit Länderübersicht der Spitzengruppe (die ersten 20) und den Texten der 6 Wettbewerbs-Aufgaben.

Die Briefmarke zum ICM 1998 wird enträtselt PM 41 (1999) 29

H. Brockmeyer

Die Figur auf der Briefmarke scheint ein Quadrat zu sein, welches in elf verschiedene Quadrate aufgeteilt wird. Alle Seitenlängen der Quadrate können durch die der drei kleinsten ausgedrückt werden. Diese errechnen sich zu $x = 9$ LE, $y = 16$ LE und $z = 21$ LE und die der großen Figur zu $a = 177$ LE und $b = 176$ LE. Sie ist somit ein Rechteck, aber auf der Briefmarke nicht von einem Quadrat zu unterscheiden.

Herzkurven PM 41 (1999) 30

H.-J. Caspar

Die Figur eines Herzens anhand einer mathematischen "Formel" zu gewinnen, ist nicht schwer. Eine Möglichkeit mit anschließender Verfeinerung des erhaltenen Ergebnisses wird beschrieben.

Kochkurve, Kreuzstichkurve, Eiskurve & Co PM 41 (1999) 31

M. Koth

In diesem Beitrag wird gezeigt, wie man Kochkurven mit Hilfe der Programmierbefehle von DERIVE auf dem Computerbildschirm darstellen kann. Als Variationen der klassischen Kochkurve werden kochähnliche Kurven wie die Kreuzstichkurve, die Eiskurve und die Cesárokurve vorgestellt.

Der Krümmungsterm $\frac{f''(x)}{(1 + f'(x)^2)^{3/2}}$ PM 41 (1999) 34

H.-J. Kayser

Der hier beschriebene Weg zum Krümmungsterm kann dank dem Computer-Algebra-System DERIVE bereits im ersten Analysis-Semester behandelt werden. Es geht um die Übertragung eines für Kreise trivialen Verfahrens auf Graphen zweimal differenzierbarer Funktionen. Der Weg hat - abgesehen davon, daß er leicht zum Ziel führt - den Vorteil, daß zuvor im Unterricht behandelte Verfahren (Bestimmung von Grenztermen, Ermittlung von Normalengleichungen) sinnvoll angewendet werden.

Kurzfassungen Heft 2

Vierfeldertafeln im Stochastikunterricht der Sek. I und II PM 41 (1999) 49*K.H.Strick*

Vierfeldertafeln sind unverzichtbare Darstellungsmittel für den Stochastikunterricht; sie dienen mehr als nur zur Erfassung von Daten über zwei Merkmale und deren Ausprägungen. Sie erleichtern die Bestimmung von bedingten Wahrscheinlichkeiten (Umkehrung von Baumdiagrammen) und ermöglichen die Einführung komplexer Testverfahren.

Warten auf den ersten Treffer bei Glücksspielen zu zweit PM 41 (1999) 58*W. Göbels*

Am Modell eines Glücksspiels mit zwei Personen, die abwechselnd an der Reihe sind und auf den ersten Treffer warten, werden verschiedene Fragestellungen erörtert, wie z.B.: Wie sind die Gewinnchancen der beiden Spieler verteilt? Sind Spielregeln konstruierbar, die den beginnenden Spieler benachteiligen? Unter welchen Bedingungen - wenn überhaupt - haben beide Spieler die gleichen Gewinnchancen? Als Instrumente zur Problemlösung werden neben stochastischen Methoden u.a. auch Grenzwerte geometrischer Reihen verwendet.

Combinatio: nicht *Buckley*, sondern *Cardano* - und die $(2^n - 1)$ -Regel PM 41 (1999) 59*R. Haller*

Nicht bei *Buckley* (wie in **DdM 23** (1995) behauptet findet man 1567 erstmals *combinatio* im weiteren Sinn, sondern bereits 1539 bei *Cardano*, von dem 1544 *Stifel* das Wort und auch die $(2^n - 1)$ -Regel übernimmt. Damit ist die Stelle gefunden, die *Cardano* 1579 und *Tropfke* 1924 vergeblich suchten.*

Verallgemeinerung des Problems des Chevalier de Méré PM 41 (1999) 61*W. Göbels*

Am Beispiel des o.g. vieldiskutierten Problems werden Entwicklungen von Wahrscheinlichkeiten analysiert, stochastische Trugschlüsse mit algebraischen Methoden aufgedeckt und auf annähernde Übereinstimmungen mit intuitiven Überlegungen untersucht. Hierbei wird die Bedeutung der *Eulerschen Zahl e* in der Stochastik in einem anderen als sonst üblichen Zusammenhang verdeutlicht.

BINGO! (Warten auf einen Erfolg) PM 41 (1999) 62*H.K. Strick*

Beim Bingospiel erhält jeder Teilnehmer eine Karte mit n Zahlen; aus einer Urne werden nummerierte Zahlen ohne Zurücklegen gezogen. Derjenige gewinnt, bei dem als erstem alle Zahlen der Karte aufgerufen wurden. Der Beitrag beschäftigt sich (elementar) mit der Frage, wie lange es im Mittel dauert, bis jemand BINGO anmelden kann und was BINGO mit dem Lottospiel '6 aus 49' zu tun hat.

Vereinfachte Darstellung kombinatorischer Summenformeln PM 41 (1999) 66*M. Börgens*

Die Berechnung der Anzahlen von Anordnungen sowie geordneten und ungeordneten Stichproben ist als Teilgebiet der Kombinatorik eine Grundlage für den Stochastikunterricht. Die Formeln für diese Anzahlen sind oft schwer auswertbare Summen. Diese lassen sich aber in wichtigen Fällen als einfache geschlossene Ausdrücke darstellen. Zu den instruktivsten unter den vorgestellten Beispielen gehören die *Gesamtanzahl geordneter Stichproben* und die *Anzahl fixpunktfreier Anordnungen*.

Kurvenanpassung im Streudiagramm mit gleitenden gewichteten Mittelwerten PM 41 (1999) 69*J. Engel*

Die Komprimierung von Daten im Streudiagramm zu einer Kurve ist eine wichtige Methode zur Modellbildung. Dazu wird ein intuitiv plausibles Verfahren zur Kurvenanpassung diskutiert, das unter minimalen Annahmen die Herleitung von Kurven im Streudiagramm erlaubt. Das Resultat führt zu Kurven, die in ihrem Erscheinungsbild entscheidend von der Wahl eines Skalierungsparameters - der Bandbreite - abhängen.

Pressemeldungen (6): Viel Lärm um nichts ? PM 41 (1999) 74*H. K. Strick*

Die Pressemeldung über die scheinbar verunglückte Militär-Lotterie in Spanien gibt Anlass darüber nachzudenken, wie man die Lotterie besser (gerechter) hätte durchführen können. Nach heftiger Diskussion im Unterricht stellt sich heraus, dass das gewählte Verfahren möglicherweise doch nicht so schlecht (ungerecht) war.

Miniaturen PM 41 (1999) 76*F. Hübler*: Achtung: effektiver Zinssatz*R. Bucker*: Schnittpunktberechnung (Gereimtes)*K. Warnecke*: Lineare Funktionen und Teilbarkeitsaspekte*R. Fricker*: Anmerkung zu "Eine Funktionsgleichung mit didaktischem Wert"**Ableiten durch Linearisierung** PM 41 (1999) 78*K. J. Fuchs*

Es wird eine Unterrichtssequenz beschrieben, in der unter Zuhilfenahme des CAS DERIVE in das Ableiten von Funktionen und ihrer Gesetzmäßigkeiten eingeführt wird. Dabei wird auf die fundamentale Idee der Linearisierung zurückgegriffen.

P 1028 Eine einfache Abschätzung PM 41 (1999)

Eine z.B. mit Differentialrechnung einfach zu lösende Sinus-Cosinus-Abschätzung erweist sich als Spezialfall allgemeinerer Ungleichungen, etwa der *Hölderschen* oder der *Jensenschen*.

Bundeswettbewerb Mathematik PM 41 (1999)

2. Runde - Aufgaben und Lösungen

K.-R. Löffler

Bei den vier Aufgaben geht es diemal um

- * die ganzzahligen Lösungen der Gleichung $xy + yz + zx - xyz = 2$,
- * die Konstruktion von 16 Teilmengen von $M = \{1, 2, 10\,000\}$, so dass sich jedes Element von M als einziges Element der Schnittmenge von acht dieser Teilmengen darstellen lässt.
- * eine Winkelbeziehung an einer Klasse spezieller Dreiecke,
- * die Existenz eines Teilpolyeders vom Volumen 1 ohne ausgezeichnete Punkte im Inneren, das sich zu jedem Polyeder vom Volumen 2^n mit $3(2^n - 1)$ beliebig im Inneren verteilten ausgezeichneten Punkten finden lässt.

Lösungen zu den Aufgaben der 39. IMO 1998 PM 41 (1999)*M. Härterich / H. Sewerin*

Es werden Lösungen deutscher Teilnehmer der 39. Internationalen Mathematik-Olympiade (Taipeh/Taiwan) abgedruckt. Die zugehörigen Aufgabentexte findet man in **PM 41** (1999) 28f.

Kurzfassungen Heft 3

Mathematik mit Bausteinen und ihren Parametern PM 41 (1999) 97

E. Lehmann

Computeralgebrasysteme geben dem Mathematikunterricht viele neue Impulse. Das Anwenden vorgegebener oder selbstdefinierter Bausteine mittels passender Aufrufe mit den eingeführten Parametern führt zu neuartigen Möglichkeiten bei Problemlösungen und beim Strukturieren mathematischer Sachverhalte.

Geometrische Reihen in der 9. Klasse PM 41 (1999) 101

K. Bindl

Die Herleitung der Formel für die Berechnung geometrischer Reihen soll ein Beispiel für eine etwas andere Möglichkeit sein, die Kenntnisse der Ähnlichkeit von Dreiecken, wie sie in der 9. Klasse des Gymnasiums zur Verfügung stehen, anzuwenden. In rein geometrischer Manier gelangt man auf für die Schüler nachvollziehbare Art und Weise zu dem Resultat

$$a + a \cdot q + a \cdot q^2 + a \cdot q^3 + \dots = \frac{a}{1-q} \text{ mit } 0 < q < 1.$$

Theater im Mathematikunterricht PM 41 (1999) 102

U. Laumeyer

Schüler der Unterstufe zeigen große Begeisterung für spielerische Elemente im Unterricht. Ein kleines Theaterstück, in das der mathematische Lehrstoff, in diesem Fall die Division von Brüchen, verpackt ist, zeigt wie man diese Begeisterung der Schüler für den Mathematikunterricht nutzbar machen kann.

Problemlösen (II) PM 41 (1999) 105

H. Humenberger

Es werden einige Probleme behandelt, die insbesondere das Wesen und die Bedeutung gewisser mathematischer Inhalte ("Theorien" oder "Theorie-teile") gut illustrieren, die "prägnante Merkmale" dieser Theorie enthalten und leicht erkennen lassen. Die Bereiche ("Theorien") sind u.a.: Iteration - Rekursion - vollständige Induktion, Irrationalität, komplexe Zahlen, Summen (insbesondere Divergenz der *harmonischen Reihe*).

Mathematische Bemerkungen zum 10-DM-Schein PM 41 (1999) 113

H. G. Schönwald

An einem 10-DM-Schein kann man allerlei - mehr oder weniger bemerkenswertes - Mathematisches ablesen, interpretieren und ausführen; von der Zahldarstellung (von 10) über den Sextanten bis zur Normal-Verteilung und zur Geschichte dessen. Dabei spiegelt uns das Erscheinungsbild des Geldscheines die Mathematik so wider, wie sie uns im Alltag begegnet, nämlich meist quer zur üblichen Systematik. Derartige Betrachtungen stellen damit vernetzende Übungen dar; sie bieten sich besonders für Vertretungsstunden an.

Karo ist Trumpf PM 41 (1999) 115

Zur Behandlung des *Pickschen* Satzes für Gitterpunkt-Vielecke

H. Rössler

Der Flächeninhalt eines Gitterpunkt-Vielecks läßt sich einfach berechnen, wenn man die Zahl *i* der Punkte im Innern und die Zahl *r* der Punkte auf dem Rand kennt: $f = i + 0,5r - 1$

Anleitung zur Lösung eines Zahlenrätsels PM 41 (1999) 117

P. Janssen

Es wird ein System zur Lösung von Zahlenrätseln eines verbreiteten Systems erläutert.

Märchenhafte Verzinsung oder Alptraum ? PM 41 (1999) 118

F. Hübler

Zahlenakrobatik mit horrendem Wachstum (als TR-Aufgabe)

Ein Strahlensatz am Kreisbüschel PM 41 (1999) 119

W. Götz / W. Haag

Vorgestellt wird ein neuer Satz über das Verhältnis von Abschnitten eines Geradenbüschels zwischen Kreisen eines Kreisbüschels.

Pressemeldungen (7): Babyboom im Hochsommer PM 41 (1999) 120

H.K. Strick

Es gibt Monate im Jahr, in denen auffallend viele bzw. auffallend wenige Kinder zur Welt kommen. Das Statistische Bundesamt weist darauf hin, dass es hierbei in den 90er Jahren zu Verschiebungen innerhalb des Jahres im Vergleich zu den 70er Jahren gekommen ist. Die Veränderungen bei den Geburtenzahlen geben Anregungen für die Beschäftigung im Rahmen des Stochastikunterrichts. Man kann sich zwar darauf beschränken, die hochsignifikanten Abweichungen von den Erwartungswerten festzustellen; interessanter ist es aber darüber hinaus, die Ursachen für besondere Abweichungen herauszufinden.

Informatikfundierter Mathematikunterricht PM 41 (1999) 124

C. Wagenknecht

Es wird der Frage nachgegangen, ob sich aus der allgemeinen Verfügbarkeit symbolischer Rechner in und außerhalb der Schule zwingende Konsequenzen für den traditionellen Mathematikunterricht ergeben. Der Autor zeigt, dass der Einsatz symbolisch arbeitender Software (CAS) unabwendbar ist und eine signifikante Veränderung der Lehrinhalte und die Modifikation einiger Ziele der Schulmathematik nach sich ziehen wird.

Die Zerlegung von Rechtecken in inkongruente Quadrate PM 41 (1999) 126

R. Schorn

Der Beitrag gibt einen knappen Abriss zur Geschichte des Problems. Die überraschende Lösung mittels der *Kirchhoffschen* Regeln wird an einem Beispiel erläutert. Auch die perfekte Zerlegung eines Quadrats in 22 Teilquadrate (von *A.J.W. Duijvestijn*) wird angegeben.

Asymptotenbestimmung mit drei verschiedenen Resultaten ? PM 41 (1999) 128

V. Hönig

An der Gleichung einer schiefwinkligen Hyperbel als Beispiel einer unecht gebrochenen rationalen Funktion mit Grad Zähler = Grad Nenner + 1 wird gezeigt, dass die Bestimmung der schiefen Asymptote bei leichtfertiger Anwendung asymptotischer Überlegungen zu falschen Ergebnissen führen kann. In jedem Fall liefert die Polynomdivision des Funktionsterms das richtige Resultat.

Eine Springerirrfahrt. Teil 2 PM 41 (1999) 129

D. Treiber

Ein Springer beginnt in einer Ecke eines quadratischen Schachbretts eine Irrfahrt. Auf jedem Feld des Schachbretts wählt er den nächsten Zug zufällig. Wie viele Züge benötigt er im Mittel, um die entgegengesetzte Ecke zu erreichen ? Dieses Problem wird für hinreichend kleine Schachbretter mit DERIVE gelöst.

Kurzfassungen Heft 4

Pressemeldungen (8): PM 41 (1999) 145
Das Wetter am Wochenende

H.K. Strick

Dass es am Wochenende häufig regnet, ist nach Ansicht von amerikanischen Forschern kein Zufall. Im Beitrag wird überprüft, ob die amerikanischen Befunde auch für das Wetter in Leverkusen gelten. Dabei wird überlegt, welche Kriterien zur Beurteilung der vorliegenden Daten herangezogen werden können.

Der Begriff der "Konstruierbarkeit" PM 41 (1999) 148
in der Geometrie

B. Neumayer

Ausgehend von der aristotelischen Logik wird ein systematischer Aufbau der Geometrie betrieben, wobei Punkt, Gerade, Kreis und Winkel die Grundbegriffe bestimmen. Es kommt *Euklid* zu, sich als erster erfolgreich um einen deduktiven Aufbau der Geometrie bemüht zu haben und die Methoden dahingehend zu konkretisieren, dass einzig mit Zirkel und unskaliertem Lineal ausführbare Konstruktionen betrachtet werden, woraus sich ein exakt und mathematisch präzise formulierter Begriff der Konstruierbarkeit ableiten läßt.

Über Kegelschnitte, die einen PM 41 (1999) 152
gemeinsamen Brennpunkt besitzen

R. Stärk

Dass die in der Projektiven Geometrie wichtige Dualität der Begriffe Punkt / Gerade sich auch auf gewisse Aussagen über Winkel und Kreise ausdehnen lässt, ist viel zu wenig bekannt. Die Kegelschnitte, die einen fest vorgegebenen Punkt als gemeinsamen Brennpunkt besitzen, können als "Kreise" angesehen werden. Dies wird an mehreren Beispielen demonstriert. Besondere Beachtung verdient die duale Behandlung der sog. *Thébault'schen* Vermutung, einer der berühmten Problemaufgaben der Elementargeometrie.

Thaleskreis, Mittelsenkrechte und PM 41 (1999) 156
Mittendreieck

G. Pickert

Bildet man zum Dreieck ABC im Thaleskreis (über \overline{AB}) das Mittendreieck $A'B'C'$, so entdeckt man, dass der *Thales-Satz* in Verbindung mit der Kennzeichnung der Mittelsenkrechten gebracht werden kann.

Zum Beweis des Satzes von Feuerbach PM 41 (1999) 156

I. Paasche

Es wird ein weiterer Beweis zum Satz von *Feuerbach* (vgl. **PM 40** (1998) 87f.) angegeben.

Eine Herzkurve PM 41 (1999) 184

K.H. Kriegl

Als Nachtrag zum Artikel von *H.J. Caspar* in **PM 41** (1999) 30 wird eine mittels Superposition einfach zu zeichnende Herzfigur wieder in Erinnerung gebracht.

Einführung der Logarithmusfunktionen PM 41 (1999) 157
über die Funktionalgleichung in der Sek II

R. Geisreiter

Ein anwendungsorientierter Zugang führt direkt zur Funktionalgleichung der Logarithmusfunktionen und zur Frage nach deren Lösungen. Durch die Herleitung wichtiger Eigenschaften von Funktionen, die der Funktionalgleichung genügen, wird auch die "Existenzfrage" solcher Funktionen auf einfache Weise beantwortet. Im Anschluss an die Gewinnung der "natürlichen Logarithmusfunktion" gelangt man schließlich zur allgemeinen Logarithmusfunktion. In einem Anhang werden dann noch einige allgemeinere Zusammenhänge besprochen.

Halbierung einer Halbkreisfläche PM 41 (1999) 168
durch eine Sehne

W. Buchholz

Das Problem führt auf eine Iteration der Gleichung $b = \cos b$.

Die höchste Punkt der Fahrradkette bei PM 41 (1999) 169
elliptischem vorderem Kettenblatt

H.-J. Sander

Es gibt Fahrräder, bei denen die Pedale an einem elliptischen Kettenblatt befestigt sind. Die Höhe des höchsten Punktes der Fahrradkette verändert sich dabei in Abhängigkeit vom Drehwinkel des Kettenblattes. Diese Funktion wird untersucht und hergeleitet.

Abituraufgaben aus Frankreich (1998) PM 41 (1999) 170

Vorgelegt werden die Aufgaben der schriftlichen Abiturprüfung 1998 des französischen Mutterlandes (national). Es handelt sich dabei um Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung, Geometrie, zu komplexen Zahlen und zur Analysis (u.a. mit Abschätzung einer Funktion und partieller Integration).

Lehrergedanken zu TIMSS PM 41 (1999) 173

H.G. Schönwald

Auf dem Hintergrund eines 4tel Jahrhundertts an Unterrichtserfahrung erläutert der Autor die These, dass sich die Lernschwächen der deutschen Schülerinnen und Schüler wohl kaum durch geeignetere Unterrichtsmethoden beheben lassen, sondern vielmehr gesamtgesellschaftlich zu erklären sind, insbesondere durch unsere Satttheit und Unterhaltungsorientierung. Ob die aufgezählten Notmaßnahmen helfen werden, bleibt fraglich.

Zum 'Sinn' im offenen (informations- PM 41 (1999) 180
technischen) Unterricht

C. Rathgeber

Es soll die Bedeutung des Sinns für unterrichtliche Verständigungen herausgestellt und von daher auch ein Kriterium zur Abgrenzung des offenen Unterrichts vom handlungsorientierten Unterricht gegeben werden. Abschließend werden Überlegungen zur Ausbildung von Lehrkräften im informationstechnischen Bereich diskutiert.

Resumee des MNU-GI-Gesprächs PM 41 (1999) 183
anlässlich des MNU-Kongresses 1999

Kurzfassungen Heft 5

Kalkulierte Modellbildung PM 41 (1999) 193

H. Henning u. M. Keune

Ausgehend von der Charakterisierung der mathematischen Modellbildung als dynamischer Prozess wird die Tabellenkalkulation als "Modellbildungswerkzeug" zur Problemlösung beschrieben. Ausführlich werden drei Beispiele (u.a. Aufstellen einer Währungstabelle, Ausflussverhalten eines Schwimmbades) und die unterrichtlichen Erfahrungen, die gesammelt wurden, erläutert. Dabei wird der Modellbildungsprozess mittels Tabellenkalkulation besonders herausgestellt.

Der schiefe Kreiskegel und die schiefen Kegel mit regelmäßigen n -Ecken als Grundfläche PM 41 (1999) 198

M. Wüstenhagen

Bei der Herstellung von Papiermodellen des schiefen Kreiskegels benötigt man die Abwicklung seines Mantels. Es wird ein Programm entwickelt, um diese oftmals überraschenden Formen auf dem Bildschirm darzustellen. Der Kreiskegel tritt hierbei als Grenzfall des Kegels mit regelmäßiger n -Ecke-Grundfläche auf. Als interessante, aus Kreiskegelteilen zusammengesetzter Körper wird der Oloid (auch Wobbler genannt) näher untersucht.

Mandelbrot-Menge zur logistischen Funktion PM 41 (1999) 203

O. Schmid

Die mit Hilfe eines Turbo Pascal-Programms gezeichnete Mandelbrot-Mengen M zur logistischen Funktion $f_c(z) = cz(1-z)$ wird untersucht. Die Begrenzungskurven des Hauptkörpers sowie der beiden aufgesetzten Köpfe werden bestimmt, diskutiert und graphisch dargestellt. Eine Abbildung, die M auf das Apfelmännchen abbildet, bestätigt die Ergebnisse und liefert weitere Einsichten.

Das Feigenbaum-Diagramm der eindimensionalen logistischen Abbildung $f_a(x) = ax(1-x)$ wird auf Parameterwerte $a \in [-2, 4]$ erweitert.

Methodisch mühsames modulares C PM 41 (1999) 210

W.-G. Matthäus

Ein weiteres Mal dient die kleine Programmieraufgabe, zwei natürliche Zahlen als Zähler und Nenner eines gemeinen Bruches einlesen zu lassen, zu kürzen und danach gekürzten und ungekürzten Bruch ausgeben zu lassen, als Ausgangspunkt für die Schilderung grundsätzlicher Eigenschaften einer Programmiersprache. Will man in C modular programmieren, so muß man sich vor allem mit Problemen auseinandersetzen, die aus der Wertübergabe bei Funktionen entstehen.

Verifikation von Algorithmen PM 41 (1999) 215

D. Herrmann

Anhand einiger auf die Schule zugeschnittener Beispiele wird die formale Verifikation (das Beweisen) von Algorithmen vorgeführt. Dabei werden die Begriffe Vorbedingung bzw. Nachbedingung nicht in voller Allgemeinheit behandelt. Eine Quantisierung (d.h. Behandlung von Quantoren) bzw. Diskussion über schwächere Vorbedingungen oder stärkere Nachbedingungen wird ausgeklammert (Siehe dazu die angegebene Literatur). Es wird die Programmiersprache Pascal verwendet. Zusätzlich wird ein Programm in C++ gegeben, da es in dieser Sprache möglich ist, die Zusicherungen explizit in das Programm einzubauen.

Bemerkungen zur Bezier-Kurve PM 41 (1999) 228

G. Pickert

Es wird gezeigt, dass die im Beitrag von Grabinger ermittelte Bezier-Kurve sich als Schnittmenge einer Parabel und eines Parallelogramms erweist.

Mustererkennung - verbundenes Element PM 41 (1999) 213

für verschiedene Lernbereiche des Fachs Informatik

J. Leßmann

Anhand eines Beispiels einer Abituraufgabe im Fach Informatik wird dargestellt, wie der Kontext *Mustererkennung* die Möglichkeit bietet, in der Aufgabenstellung im Abitur die beiden verschiedenen Bereiche Algorithmen und Hardwareanalyse zu verklammern.

Methoden der Funktionellen Spezifikation PM 41 (1999) 220

L. Tschampel

Bei der Entwicklung von Software-Systemen spielt die Funktionelle Spezifikation als Teil der Planungsphase insofern eine wesentliche Rolle, als sie einen außerordentlich prägenden Einfluss auf die Realisierungsphase hat. Zu diesem Sachverhalt werden Aufgaben, Strukturierungen sowie Inhalte Funktioneller Spezifikationen vorgeschlagen und an einer konkreten System-Entwicklung (Artikel-Recherche in Zeitschriften) illustriert.

Simulationen im offenen informationstechnischen Unterricht PM 41 (1999) 224

C. Rathgeber

Der offene Prozeßkern der modernen IT-Welt macht eine Besinnung auf wesentliche und unhintergehbare Ziele und Inhalte notwendig. Die Auseinandersetzung mit Simulationsfragen kann eine Möglichkeit zur Erarbeitung fundierter informationstechnischer und geschäftsprozessorientierter Kenntnisse sein.

Eine Ergänzung zu "Ein Strahlensatz am Kreisbüschel" PM 41 (1999) 229

A. Saam

Ein Satz über Streckenverhältnisse an einem hyperbolischen Kreisbüschel erweist sich als Spezialfall des Satzes über das konstante Verhältnis der Potenzen bezüglich zweier Kreise und lenkt das Augenmerk auf ein vielfach bewährtes Werkzeug der Kreisbüschelgeometrie: das Lemma von Casey.

Zur Zerlegung von Rechtecken in inkongruente Quadrate PM 41 (1999) 230

A. Kirsch

Es wird eine physikalische Konkretisierung der so fruchtbaren Übertragung des geometrischen Zerlegungsproblems in ein Problem über elektrische Netzwerke gegeben.

Bundeswettbewerb Mathematik 1999 1. Runde - Aufgaben und Lösungen PM 41 (1999) 232

Klaus-R. Löffler

Bei den vier Aufgaben geht es in dieser Runde um

- die Unmöglichkeit der Verteilung von 1600 Nüssen auf 100 Affen, wenn nie mehr als drei Affen die gleiche Anzahl von Nüssen erhalten dürfen,
- zwei rekursiv definierte Folgen natürlicher Zahlen. Es ist nachzuweisen, dass eine von ihnen ausschließlich aus paarweise teilerfremden Gliedern besteht,
- eine einfache geometrische Figur aus drei gleichschenkligen Dreiecken, deren Spitzen ein gleichseitiges Dreieck bestimmen,
- die kleinste Anzahl dreieckiger Seitenflächen, die ein Polyeder haben kann, wenn es mehr Flächen als Ecken besitzt.

Kurzfassungen Heft 6

Effektivzins- und Renditeangaben verstehen und nachprüfen PM 41 (1999) 241

A. Kirsch

Die Angaben werden leicht durchschaubar und nachprüfbar, wenn man für verzinstes Geld durchgängig exponentielles Wachstum zugrundelegt, das heutzutage nicht mehr als zu "schwierig" angesehen werden kann und auch in der internationalen Finanzwelt anerkannt ist. Die Abweichungen gegenüber herkömmlichen Berechnungsvorschriften sind in vielen Fällen praktisch bedeutungslos; andererseits liefert die exponentielle Rechnung dem Betroffenen jedenfalls die richtige Information über die "wirkliche" Zinsbelastung bzw. Ertragskraft des Geldgeschäfts.

Analysisunterricht mit grafikfähigen Taschenrechnern: Ein Erfahrungsbericht PM 41 (1999) 247

Angela Köhler

Der heute übliche Einsatz von grafikfähigen, programmierbaren Taschenrechnern im amerikanischen Analysisunterricht wird beschrieben und bewertet. Spezielle Themen, bei deren Behandlung sich solche Taschenrechner in der Unterrichtspraxis als besonders nützlich erwiesen haben, werden im Detail besprochen: Einführung von Limesbegriff und Ableitung, Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung, Kurvenlänge, Anwendungsaufgaben und Programmierung von numerischen Näherungsverfahren.

Navigation und analytische Geometrie PM 41 (1999) 252

D. Brandt

Ein Flugzeug soll auf dem kürzesten Wege von einem Ort zum anderen fliegen. Dieses Problem wird mit Mitteln der analytischen Geometrie gelöst. Außerdem werden dabei Fragen nach dem zu wählenden Kurs und nach dem nördlichsten Bahnpunkt behandelt.

Drehsymmetrische Parkettierungen PM 41 (1999) 255

R. Behr

Drei-, vier- und sechszählige drehsymmetrische Parkettierungen der Ebene sind allgemein bekannt. Es wird gezeigt, daß auch fünfzählige Parkettierungen möglich sind. Diese lassen sich jedoch nicht gruppentheoretisch, sondern nur iterativ gewinnen. Es treten hierbei Bezüge zu den *Fibonacci*-Zahlen und dem Goldenen Schnitt auf. Räumliche Entsprechungen führen zur Kristall-Chemie.

Rechenarten höherer Stufen - Superpotenzen - Ackermannfunktion PM 41 (1999) 261

V. Hönig

Der Rechenarten der 1. bis 3. Stufe werden systematisch auf höhere Stufen erweitert. Es wird gezeigt, dass das 5. Potenzgesetz (Potenzieren einer Potenz) bereits ein Gesetz der Rechenarten 4. Stufe ist.

Die von *Hilbert* in seinen berühmten 30 Problemen aufgeworfene Frage nach der Rationalität bzw. Irrationalität von Potenzen mit irrationalen Exponenten wird behandelt. Als Anwendung der Potenzen 3. Ordnung wurden 2 weitere Zahlen vom Typ der *Hilbert*schen Zahl *H* entdeckt und gezeigt, dass es nur diese 3 verschiedenen Zahlen vom *Hilbert*-Typ gibt. Es wird vorgeschlagen, sie als *Hilbert*sches Zahlentripel H_1, H_2, H_3 zu bezeichnen.

Für einige Wertefolgen der *Ackermannfunktion* werden Beweise angegeben. Am Beispiel $A(2,3)$ wird vorgeführt, was ein Computer bei der Berechnung des Funktionswertes abzuwickeln hat.

Ein Beweis des Satzes von Pythagoras als Bildergeschichte PM 41 (1999) 261

H.G. Schönwald

Pythagoräische Spiralen und Verallgemeinerungen PM 41 (1999) 268

M. Hertrampf

Die Bezeichnung "pythagoräische Spirale" wird gewöhnlich verwendet für die bekannte Konstruktion zur graphischen Ermittlung der Quadratwurzeln beliebiger natürlicher Zahlen.

Bei den hier betrachteten Graphen handelt es sich jedoch um logarithmische Spiralen zur Visualisierung pythagoräischer Zahlentripel. Diese Art der Darstellung von Lösungsscharen lässt sich verallgemeinern auf verwandte *diophantische* Gleichungen, wie $a^2 + b^2 = c^m$ oder $a^2 + ab + b^2 = c^m$ ($m \in \mathbb{N}, n \geq 2$).

Abitur- und Klausuraufgaben PM 41 (1999) 269

K. Hintze

(1) Untersuchung einer erweiterten e-Funktion einschließlich der Asymptoten ihres Graphen (LK Analysis)

Die Untersuchung der Funktion auf Grenzwerte an den Definitionsenden und die Bestimmung der schiefen Asymptote führt auf interessante und nicht immer einfache Grenzwerte.

(2) Bestimmung einer orthogonalen Basis eines Vektorraumes (LK Lineare Algebra)

Es wird u.a. eine orthogonale Basis gesucht, die aus einem nichtlinearen Gleichungssystem von 3 Gleichungen mit 3 Variablen bestimmt wird. Man erhält 2 Lösungsvektoren der gleichen Länge, aber entgegengesetzter Richtung.

Mathematiker und die Nullen PM 41 (1999) 271

K.H. M.

Auszüge aus einer launigen Rede zu einem runden Geburtstag über die Darstellung von Zahlen in verschiedenen Stellenwertsystemen.

Die XL. Internationale Mathematik-Olympiade PM 41 (1999) 273

H.-D. Gronau / H. Sewerik

Bericht über die Austragung des Wettbewerbs 1999 in Bukarest (Rumänien) Mit Länderübersicht der Spitzengruppe (die ersten 20) und den Texten der 6 Wettbewerbs-Aufgaben.

Ein Choral nach Adam Ries PM 41 (1999) 274

Ansgar Armbrust

Von *Adam Ries* ist ein Gedicht, das einige Aspekte von pythagoreischem Zahlglauben und Religion verbindet, die sich im Rechnen niederschlagen. Durch eine Übertragung auf ein Kirchenlied soll zugleich der Bezug zu den Zahlenspielen in der Musik und den algebraischen Grundlagen der Tonsysteme deutlich werden.

Die Ganzzahl-Arithmetik von Java PM 41 (1999) 276

D. Herrmann

Der Einsatz der objektorientierten Programmiersprache Java wird nun auch für die Schule diskutiert. Neben den vielfältigen Anwendungen im Bereich der Internet-Programmierung, gibt es weitere Eigenschaften von Java, die für die Schule von Interesse sein könnten, z.B. die Kalender-Rechnung und die beliebig genaue Ganzzahl- und Fließkomma-Arithmetik. Anhand einiger auf die Schule zugeschnittenen Beispielen werden hier typische Anwendungen der Ganzzahl-Arithmetik aufgezeigt.