

Das brasilianische Vestibular

Christian Lanyi

Wenn sich brasilianische Schülerinnen und Schüler nach Abschluss der neunjährigen Gesamtschule (1 Jahr Alfabetização und 8 Jahre Ensino Fundamental) zur Fortsetzung ihrer Studien entschließen, haben sie im wesentlichen drei Möglichkeiten.

Entweder lassen sie sich in drei Jahren an einer pädagogischen Schule (Ensino Normal) zum Lehrer für die ersten vier Klassen des Ensino Fundamental ausbilden, oder sie erlernen in 3 Jahren an einer Fachschule (Ensino Técnico) einen Beruf, den sie nach Absolvierung eines zusätzlichen, einjährigen Berufspraktikums ausüben können.

Die meisten allerdings entscheiden sich für das dreijährige Gymnasium (Ensino Medio), das als abgeschlossen gilt (Conclusão), wenn das dritte Jahr erfolgreich bestanden wurde – eine Reifeprüfung wie in Deutschland gibt es nicht. Die Conclusão wiederum ist de jure die Voraussetzung zur Teilnahme an den Aufnahmeprüfungen der Universitäten (Vestibular). Das Vestibular fragt de facto die Lerninhalte ab, die bis zur Conclusão am Gymnasium erlernt worden sein sollten. Jede Universität hat ihr eigenes Vestibular, dessen Umfang und Schwierigkeitsgrad zwischen den Universitäten und Studiengängen sehr stark variiert. Auch die Form des Vestibulars kann sehr verschieden ausfallen – von reinen Multiple Choice Tests bis hin zu komplexen, abiturähnlichen Prüfungen. Die Universität nimmt eine den freien Studienplätzen entsprechende Anzahl der besten Bewerber auf. Tritt ein Bewerber trotz erfolgreich bestandener Aufnahmeprüfung sein Studium nicht im Jahr der Prüfung an, muss er bei einer späteren Neubewerbung wieder am dann aktuellen Vestibular teilnehmen.

Von staatlicher Seite scheint eine stärkere Vereinheitlichung und Vergleichbarkeit der Aufnahmeprüfungen gewollt. So bietet das Kultusministerium jedes Jahr eine abiturähnliche Zentralprüfung an (ENEM – Exame Nacional do Ensino Medio), deren gutes bestehen von immer mehr Universitäten an Stelle des Vestibulars anerkannt wird.

Sowohl die Vestibular-Prüfungen als auch das ENEM sind Prüfungen, die Wissen aus allen Fachbereichen abfragen. Im ENEM sind die Aufgaben etwas stärker fächerübergreifend gestellt.

Im Anschluss sollen exemplarisch die Mathematik-Aufgaben von drei Universitäten und des ENEM aus dem Jahr 2003 vorgestellt werden. Sie sind Teil einer meist mehrtägigen Prüfung. Im Falle des ENEM sind die Mathematikaufgaben nicht in einem Block zusammengefasst und oft nicht eindeutig als solche identifizierbar.

1 Vestibular Mathematik 2003 PUC (Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro)

Aufgabe 1

Die Folge $\{a_n \mid n \in \mathbf{R}\}$ ist gegeben durch
$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{a} \end{cases}$$

a_{11} hat dann den Wert:

- a) 4 b) $\frac{15}{4}$ c) $\frac{7}{2}$ d) 1 e) 3

Aufgabe 2

0,0000048 ist gleich:

- a) $48 \cdot 10^{-7}$ b) $48 \cdot 10^{-8}$ c) $84 \cdot 10^{-5}$ d) $48 \cdot 10^{-5}$
e) $480 \cdot 10^{-5}$

Aufgabe 3

Für $n = 2003$ ist der Wert $\frac{n!(n^2-1)}{(n+1)!}$ gleich:

- a) 2003 b) 2002 c) 2001 d) 2005 e) 2006

Aufgabe 4

Nach einer 10%-igen Preissenkung für Treibstoff stieg der Verkauf an einer Tankstelle um 20%. Dies führte zu einem Einnahmehplus von:

- a) 10% b) 8% c) 25% d) 5% e) 2%

Aufgabe 5

Ein Hundebesitzer hat alle seine Hunde impfen lassen. 80% wurden gegen Parvovirose und 60% gegen Cinomose geimpft. Wie viel Prozent der Hunde wurden gegen beide Krankheiten geimpft?

- a) 70% b) 20% c) 68% d) 40% e) 50%

2 Vestibular 2003 UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro)

Aufgabe 1

Zwei Städte A und B liegen 600 km von einander entfernt. Auf einer Landkarte entspricht diese Entfernung 12 cm.

Wie groß ist der Abstand zweier Städte C und D auf der Landkarte, die in Wirklichkeit 100 km von einander entfernt liegen?

Aufgabe 2

Wie viele quadratische Kacheln mit einer Seitenlänge von 15cm sind nötig, um eine 90cm \times 1,2m große rechteckige Wand zu kacheln?

Aufgabe 3

In einem Sportverein können die Mitglieder zwischen folgenden 3 Aktivitäten wählen: Schwimmen, Tennis und Fußball. Kein

Mitglied kann sich gleichzeitig für Tennis und Fußball einschreiben, da diese beiden Aktivitäten zeitgleich stattfinden. Nach Anmeldeschluss ergibt sich folgende Belegung:

Von den 85 Mitgliedern, die sich für Schwimmen eingetragen haben, machen 50 *nur* Schwimmen. 17 Mitglieder haben sich für Tennis und 38 Mitglieder für Fußball angemeldet. Es haben sich 10 Mitglieder mehr *nur* für Fußball angemeldet als sich Mitglieder *nur* für Tennis angemeldet haben.

Wie viele Mitglieder haben sich sowohl für Fußball als auch für Schwimmen angemeldet?

Aufgabe 4

Eine Urne enthält 13 gelbe Kugeln mit den Nummern 1 bis 13, 17 rote Kugeln mit den Nummern 1 bis 17 und 19 schwarze Kugeln mit den Nummern 1 bis 19. Eine Person mit verbundenen Augen nimmt 3 Kugeln aus der Urne. Die Wahrscheinlichkeit irgendeine Kugel zu ziehen ist immer dieselbe.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die 3 entnommenen Kugeln verschiedene Farben und gleiche Nummern haben?

Aufgabe 5

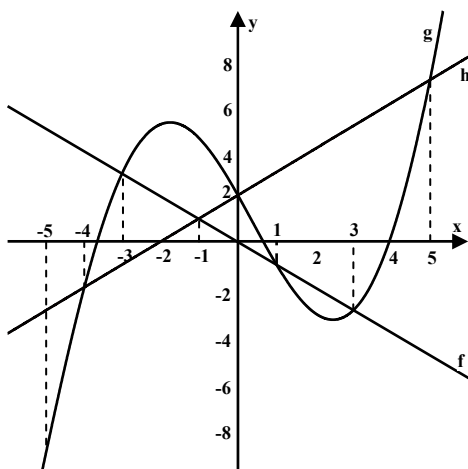
Die Rektoren der föderalen Universitäten werden aus einer Liste mit 3 Kandidaten ausgewählt. Gesetzliche Regelungen legen fest, dass diese 3 Kandidaten vom Lehrkörper in geheimer Wahl bestimmt werden. Jeder Wähler kann nur einen Kandidaten wählen. Die drei Kandidaten mit den meisten Stimmen treten dann in das endgültige Auswahlverfahren ein.

An einer Universität gibt es 7 Anwärter auf den Rektorenposten und 79 wählende Professoren. Ein Kandidat rechnet mit n Stimmen für sich.

Wie groß muss n mindestens sein, damit der Kandidat sicher sein kann, unter den 3 Gewählten mit den meisten Stimmen zu sein?

Aufgabe 6

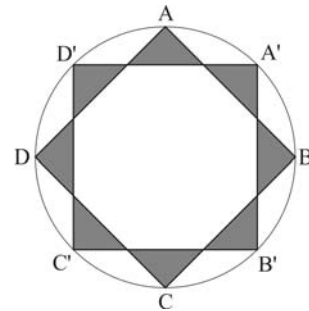
Drei ganzrationale Funktionen f , g und h sind durch folgende Schaubilder gegeben:



Bestimmen Sie die Werte von x im Intervall $[-5;5]$, für die folgende Ungleichungen gelten: $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$.

Aufgabe 7

Zwei Quadrate mit der Seitenlänge 1cm sind in denselben Kreis einbeschrieben und um 45° gegeneinander verdreht.



Berechnen Sie den Inhalt der grau markierten Fläche!

Aufgabe 8

Es seien $x = 1$ und $y = 0,999\dots = 0,\bar{9}$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie ihre Aussage streng mathematisch!

- a) $x < y$
- b) $x > y$
- c) $x = y$

Aufgabe 9

Ein Butterexporteur verkauft sein Produkt in Form von in Aluminiumpapier verpackten 1 kg-Blöcken. Jeder Block kostet 5,20 Reais, wovon 4,80 Reais auf die Butter und 0,40 Reais auf das Aluminiumpapier entfallen. Markterfordernisse verlangen von dem Verkäufer, Butter auch in 125 g-Stücken anzubieten. Die Seitenverhältnisse der 125 g-Stücke sind dieselben wie die der 1 kg-Blöcke. Der Händler nutzt dasselbe Aluminiumpapier (gleicher Quadratmeterpreis) als Verpackung.

Bestimmen Sie den Gesamtpreis eines 125 g-Stückes Butter!

Aufgabe 10

Schätzungen zufolge beträgt das Volumen des leicht verfügbaren Trinkwassers auf der Erde 14.000 km^3 pro Jahr. Der Pro-Kopf-Verbrauch an Trinkwasser beträgt 500 m^3 pro Jahr. Die Erdbevölkerung beträgt zur Zeit ca. 6 Milliarden und nimmt jährlich um 1,6 % zu. Wir wollen wissen, wie viel Jahre die Erdbevölkerung noch relativ problemlos mit Trinkwasser versorgt werden kann.

Drücken Sie die Rechnung mit den einfachen, im Taschenrechner verfügbaren Funktionen (d.h. $+$, $-$, \times , $/$, \sqrt{x} , $\log x$, $\ln x$, e^x , 10^x , $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$) aus, wobei x die Anzahl der Jahre sei, in denen Trinkwasser noch leicht verfügbar ist!

3 Vestibular Mathematik 2003 IME
(Instituto Militar de Engenharia Rio de Janeiro)

Aufgabe 1

z sei eine komplexe Zahl mit Betrag 1 und es gelte $z^{2n} \neq -1$ für alle positiven, ganzzahligen n .

Zeigen Sie, dass $\frac{z^n}{1+z^{2n}}$ eine reelle Zahl ist!

Aufgabe 2

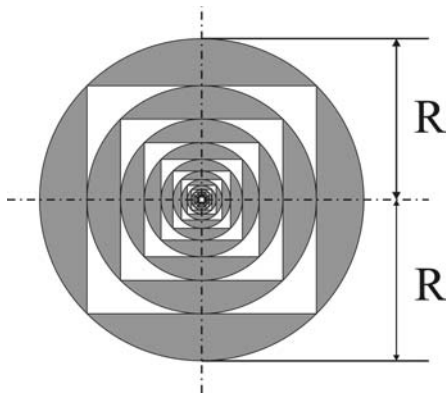
Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ für die gilt:

$$|\log_{10}(12x^3 - 19x^2 + 8x)| = \log_{10}(12x^3 - 19x^2 + 8x).$$

Aufgabe 3

In einen Kreis mit dem Radius R werde ein Quadrat einbeschrieben. Anschließend in das Quadrat wieder ein Kreis. Dieser Algorithmus wird unendlich lange fortgesetzt.

Berechnen Sie die graue Fläche, die von den Kreisen und den in sie geschriebenen Quadraten berandet wird!



Aufgabe 4

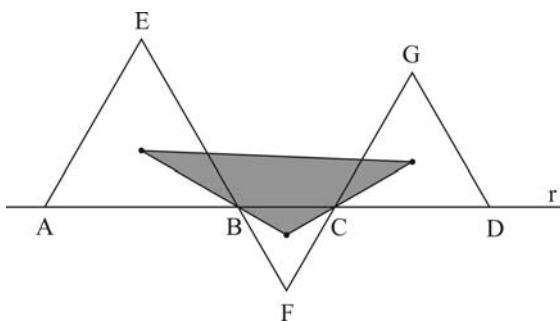
Lösen Sie die Gleichung

$$\tan \alpha + \tan(2\alpha) = 2 \tan(3\alpha), \text{ wobei } \alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]!$$

Aufgabe 5

Die Punkte A, B, C und D liegen auf der Geraden r . Die Dreiecke ABE, BFC und CDG sind gleichschenkelig.

Berechnen Sie in Abhängigkeit der Längen $\overline{AB}, \overline{BC}$ und \overline{CD} die Fläche des Dreiecks, das durch die Schwerpunkte der Dreiecke ABE, BFC und CDG gebildet wird!



Aufgabe 6

Betrachten Sie ein regelmäßiges Sechseck mit der Seitenlänge 6 cm.

Bestimmen Sie den maximalen Flächeninhalt des Dreiecks XYZ mit folgenden Eigenschaften:

- a) die Punkte X, Y und Z liegen auf den Seiten des Sechsecks,
- b) die Gerade durch die Punkte X und Y ist parallel zu einer der Seiten des Sechsecks.

Aufgabe 7

A und B seien Untermengen von \mathbb{N} . Definitionsgemäß ist eine Funktion $f: A \rightarrow B$ monoton wachsend, wenn für beliebige $a_1, a_2 \in A$ mit $a_1 > a_2$ gilt: $f(a_1) \geq f(a_2)$.

- a) Wie viele monoton wachsende Funktionen f gibt es für die Mengen $A = \{1; 2; 3\}$ und $B = \{1; 2; 3; 4\}$?
- b) Wie viele monoton wachsende Funktionen f gibt es für die Mengen $A = \{1; 2; 3\}$ und $B = \{1; 2; \dots; n\}$, wobei $n > 0$?

Aufgabe 8

Gegeben ist eine quadratische Pyramide mit der Spitze V und der (quadratischen) Grundfläche $ABCD$. Die Grundfläche hat die Seitenlängen l , die Kanten die Länge $\sqrt{2}l$. Gegeben ist zudem die Ebene E mit folgenden Eigenschaften: $A \in E, E \parallel \overline{BD}$ und der Mittelpunkt der Kante \overline{VC} liegt auf E .

Bestimmen Sie den Inhalt der Schnittfläche von E mit der Pyramide!

Aufgabe 9

Zeigen Sie, dass $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ ein Vielfaches von 4 ist!

Aufgabe 10

Gegeben sei eine $n \times n$ -Matrix mit reellen Koeffizienten und $k \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Es gelte $A^3 = kA$. I ist die $n \times n$ -Einheitsmatrix.

Beweisen Sie, dass die Matrix $A+I$ invertierbar ist!

4 ENEM 2003 (Exame Nacional do Ensino Médio) – Ministério da Educação

Aufgabe 1

Die Wirksamkeit einer Werbetafel, die sich an einer viel befahrenen Straße befindet, wurde durch eine Werbefirma untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass im Mittel:

- täglich 30'000 Verkehrsteilnehmer an der Werbetafel vorbeifahren,
- 40% der Verkehrsteilnehmer die Werbetafel bemerken,
- jeder Verkehrsteilnehmer wöchentlich dreimal den Ort, an dem die Werbetafel angebracht ist, passiert.

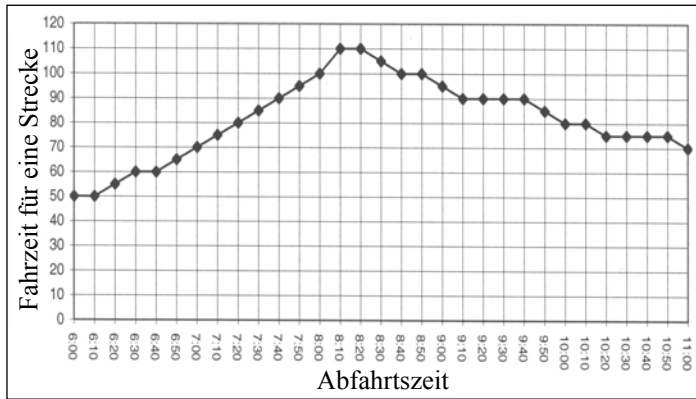
Entsprechend der oben gegebenen Daten wird die Werbung in 7 Tagen von

- a) 15'000 b) 28'000 c) 42'000 d) 71'000 e) 84'000

Verkehrsteilnehmern wahrgenommen.

Aufgabe 2

Die Zeit, die ein Linienbus benötigt, um die Strecke von Endstation zu Endstation einmal zu fahren, hängt im Laufe des Tages vom allgemeinen Verkehrsaufkommen ab. Die Verkehrsgesellschaft, die die Linie betreibt hat im unten abgebildeten Schaubild die mittlere Fahrtdauer in Abhängigkeit der Abfahrtszeit am Vormittag dargestellt.



Damit ein Fahrgast 10:30 Uhr an der Endstation der Linie ankommt, muss er den Bus am Startpunkt bis spätestens

- a) 9:20 Uhr b) 9:30 Uhr c) 9:00 Uhr d) 8:30 Uhr
- e) 8:50 Uhr

genommen haben.

Aufgabe 3

João und Antônio benutzen die Busse der in Aufgabe 2 untersuchten Linie um morgens zur Arbeit zu fahren. Sie arbeiten 20 Tage im Monat. João benutzt den Bus zur Zeit, wenn er die kürzeste Fahrtdauer hat. Antônio fährt immer dann, wenn der Bus am längsten braucht. Auf dem Heimweg von der Arbeit benötigen beide immer dieselbe Zeit.

Antonio benötigt für die Fahrten im Monat im Mittel

- a) 05 Stunden mehr als João. b) 10 Stunden mehr als João.
- c) 20 Stunden mehr als João. d) 40 Stunden mehr als João.
- e) 60 Stunden mehr als João.

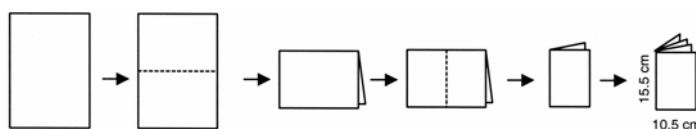
Aufgabe 4

Ein Verlag beabsichtigt einen Posten Bücher in 100 Paketen mit den Maßen 20cm × 20cm × 30cm zu versenden. Das Transportunternehmen wiederum wird die Pakete in Kartons vom Format 40cm × 40cm × 60cm verpacken. Wie viele dieser Kartons werden mindestens benötigt?

- a) 9 b) 11 c) 13 d) 15 e) 17

Aufgabe 5

In gebundenen Büchern werden 8, 16, 24 oder 32 Seiten des Formats 10,5 cm × 15,5 cm zusammengebunden. Das Verfahren, aus einem großen Blatt acht Seiten (4 Blätter) zu binden, ist hier dargestellt.

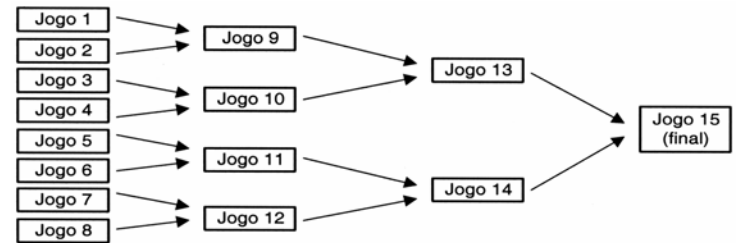


Auf die gleiche Weise sollen 32 Seiten mit dem Format 10,5 cm × 15,5 cm gebunden werden. Wie groß sollte der ursprüngliche Bogen Papier sein, damit so wenig wie möglich Abfall anfällt?

- a) 84cm × 62cm b) 84cm × 124cm c) 42cm × 31cm
- d) 42cm × 62cm e) 21cm × 31cm

Aufgabe 6

16 Schüler einer Schule veranstalten in den Pausen ein Tischtennis-Turnier. Der Spielplan ist unten abgebildet.



Folgende Regeln wurden aufgestellt:

- In allen Spielen scheidet der Verlierer aus.
- Niemand darf zweimal am selben Tag spielen.
- Da es nur 5 Tischtennisplatten gibt, werden täglich maximal 5 Spiele ausgetragen.

Nach diesen Regeln werden zur Ermittlung des Siegers mindestens

- a) 8 b) 7 c) 6 d) 5 e) 4

Tage benötigt.

Aufgabe 7

Rauchen ist verantwortlich für eine Vielzahl von Erkrankungen und frühzeitigen Todesfällen. Das Nationale Institut für Krebsforschung hat bekannt gegeben, dass 90% der Lungenkrebsfälle und 80% der Fälle von Lungenemphysemen auf das Rauchen zurückzuführen sind. Eine Studie, an der 2'000 Patienten mit Lungenkrankheiten teilnahmen, zeigte, dass von ihnen 1'500 an Lungenkrebs und 500 an einem Lungenemphysem litten.

Auf Grund dieser Studie lässt sich aussagen, dass die Anzahl der Raucher in der an der Studie teilnehmenden Gruppe

- a) 740 b) 1'100 c) 1'310 d) 1'620 e) 1'750

betrug.

Aufgabe 8

Die meisten Verkehrsunfälle in Brasilien werden durch Fehler der Fahrer verursacht. Ein wesentlicher Grund ist das Fahren nach Alkoholkonsum. Der Konsum einer Bierdose hat eine Alkoholkonzentration von ungefähr 0,3 g/l im Blut eines Erwachsenen zur Folge.

Die folgende Tabelle listet die Wirkungen des Alkohols im Körper eines Erwachsenen in Abhängigkeit der Alkoholkonzentration im Blut auf:

Alkoholkonzentration im Blut (g/l)	Effekt
0,1 - 0,5	keine sichtbaren Folgen, wenngleich klinisch nachweisbare Veränderungen im Körper
0,3 - 1,2	schwache Euphorie, ausgeprägte Geselligkeit, Konzentrationsstörungen
0,9 - 2,5	Leichte Erregbarkeit, Verlust des kritischen Entscheidungsvermögens, Wahrnehmungsstörungen, Störungen der Motorik
1,8 - 3,0	Verwirrtheit, Versagen der Motorik
2,7 - 4,0	Sprachlosigkeit, Apathie, Erbrechen, erhebliche Störung des Gleichgewichtssinnes
3,5 - 5,0	Koma, Todesgefahr

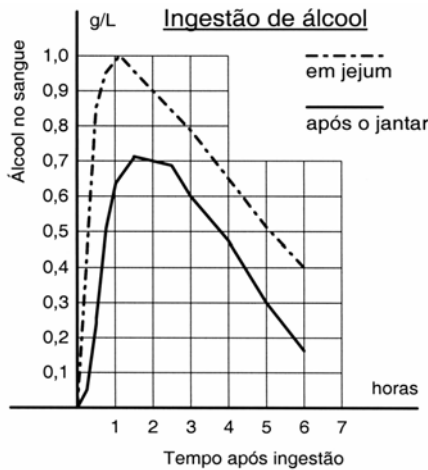
(Revista Pesquisa FAPESP no 57, setembro 2000)

Eine Person, die drei Dosen Bier konsumiert hat, wird mit höchster Wahrscheinlichkeit folgende Symptome zeigen:

- a) Konzentrationsstörungen, Wahrnehmungsstörungen, Störungen der Motorik.
- b) äußerlich normal, allerdings mit klinisch nachweisbaren Veränderungen.
- c) geistige Verwirrtheit und Versagen der Motorik.
- d) Verdauungsstörungen, Gleichgewichtsstörungen.
- e) Apathie und Risiko eines Atemstillstandes.

Aufgabe 9

Nach Alkoholkonsum hängt die Aufnahme des Alkohols und seine Konzentration im Blut von mehreren Faktoren ab, wie z.B. dem Körpergewicht, der gesundheitlichen Verfassung, der seit dem Konsum vergangenen Zeit.



Der Graph zeigt den Blutalkoholspiegel von Personen gleichen Körpergewichts in Abhängigkeit der nach dem Konsum von 3 Dosen Bier vergangenen Zeit. Die durchgezogene Linie bezieht sich auf Personen, die vor dem Alkoholgenuss eine Mahlzeit eingenommen haben, die gestrichelte Linie auf Personen, die das Bier auf leeren Magen getrunken haben.

In Brasilien ist es nur erlaubt Auto zu fahren, wenn der Blutalkoholspiegel einen Wert von 0,6g/l nicht übersteigt. Entsprechend darf eine Person, die auf vollen bzw. leeren Magen 3 Dosen Bier getrunken hat, nur nach ungefähr

- a) 1 h bzw. 1,5 h.
- b) 3 h bzw. 0,5 h.
- c) 3 h bzw. 4,5 h.
- d) 6 h bzw. 3 h.
- e) 6 h in beiden Fällen

wieder Auto fahren.

Aufgabe 10

Eine Firma beabsichtigt, eine neue Kläranlage zu installieren, die es ermöglicht einen Teil des Abwassers im Produktionsprozess wiederzuverwerten. Es wurden 5 Systeme mit folgenden Ergebnissen getestet:

	System I	System II	Syst. III	Syst. IV	System V
Zufluss verschmutzten Wassers	45 l/h	40 l/h	40 l/h	20 l/h	20 l/h
Ertrag gereinigten Wassers	15 l/h	10 l/h	5 l/h	10 l/h	5 l/h

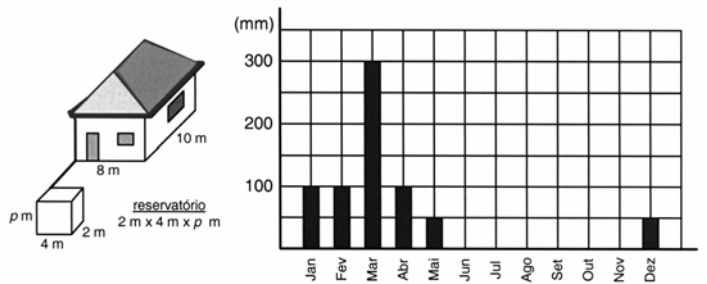
Vorausgesetzt, dass die Kosten pro Liter gereinigtem Wasser für jedes System dieselben sind, ist folgendes System das effizienteste:

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

Aufgabe 11

Um sich auf die jährliche Trockenzeit angemessen vorzubereiten, will ein Bauer einen Wassertank installieren, der das gesamte Regenwasser auffängt, das während der Regenzeit auf das Dach seines Hauses fällt.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Abmessungen des Hauses, die durchschnittliche monatliche Regenmenge in der Region und die Form des zu bauenden Tanks.



Wissend, dass 100 mm Regen auf einer horizontalen Fläche von 1 m² einer Wassermenge von 100 l entsprechen, sollte die Tiefe des Tankes

- a) 4 m
 - b) 5 m
 - c) 6 m
 - d) 7 m
 - e) 8 m
- betragen.

Aufgabe 12

Daten der brasilianischen Weltraumbehörde (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) zeigen das Ausmaß der Zerstörung des Regenwaldes im Amazonasgebiet zwischen August 1999 und August 2000. Aus der Analyse der Satellitenphotos schlossen die Forscher, dass in diesem Zeitraum 20'000 km² Tropenwald vernichtet wurden. Eine Zeitschrift kommentierte dies mit folgender Aussage:

Die erschreckende Geschwindigkeit, mit der der Regenwald vernichtet wird, beträgt alle 8 Sekunden die Fläche eines Fußballfeldes.

Ein Jahr hat ca. 32×10^6 s und die Fläche eines Fußballfeldes beträgt ca. 10^2 km². Demnach entspricht der im Zeitungsartikel beschriebenen Zerstörung in einem Jahr eine Fläche von

- a) 10'000 km² und der Vergleich lässt die Zerstörung als weniger schwerwiegend als in Wirklichkeit erscheinen.
- b) 10'000 km² und der Vergleich lässt die Zerstörung als schwerwiegender als in Wirklichkeit erscheinen.
- c) 20'000 km² und der Vergleich entspricht der Realität.
- d) 40'000 km² und der Autor des Artikels hat in seinem Vergleich übertrieben, womit er eine falsche Vorstellung des Ausmaßes eines natürlichen Phänomens vermittelte.
- e) 40'000 km²; um die Aufmerksamkeit auf einen wirklich schwerwiegenden Vorgang zu lenken, hat der Autor in seinem Vergleich übertrieben.

Anschrift des Verfassers:

*Christian Lanyi (Deutsche Schule Rio de Janeiro),
Rua Osório de Almeida, 15/302,
22291-000 Urca, Rio de Janeiro, E-Mail: chrlanyi@yahoo.de*
