Zur schriftlichen Abiturprüfung in Italien

In Italien werden von Bozen bis Palermo gegen Ende eines Schuljahres den Prüflingen des „esame di maturità“ zentralgestellte schriftliche Aufgaben vorgelegt. Welche öffentliche Aufmerksamkeit dieses jährliche Ereignis südlich der Alpen erfährt, geht aus Berichten und Kommentaren überregionaler Tageszeitungen, etwa des Mailänder Corriere della Sera, hervor. In den Ausgaben des Blattes vom 25. bis 27. Juni 1998 findet man nicht nur die vollständigen Aufgaben der schriftlichen Prüfung, sondern auch eine Reihe Kritiken an ihnen. Zwar sind Gegenstand unseres Interesses vornehmlich die mathematischen Aufgaben, aber vielleicht machen Kritiken auch an Aufgaben anderer Fächer deutlich, wie die italienische Öffentlichkeit ihre dieses Jahr mehr als eine halbe Million Prüflinge begleitet.

So kritisiert das im Vatikan erscheinende Blatt L'Osservatore Romano das muttersprachliche Aufsatzthena über Bioethik dahin gehend, es begünstige „den alltäglichen Wirbel um Stegreifurteile und Allgemeinplätze wie bei einer nationalen Kirmes des kulturellen Klatsches“.

Beanstandet wird auch die Wahl des griechischen Textes, eines Appells von *Demosthenes* an die Athener, als Übersetzungsaufgabe für das „liceo classico“. Der Dekan der Gräzisten an der Universität Bari hält diesen Text bei 18-jährigen Abiturienten für zu schwierig; er sei wegen seines Vokabulars geeigneter für „professori universitari“ oder für „Bibliotheks-Pfauen“.

Bei den mathematischen Aufgaben - wir beschränken uns auf die Wiedergabe derselben für das naturwissenschaftliche Gymasium - liest man zwar von Stöhnen der Prüflinge, nichts aber über externe Kritik. Es heißt dort: Nach Belieben können zwei der folgenden drei Aufgaben ausgewählt werden. Löst man sie vollständig, erhält man das volle Votum.

Aufgabe 1: In einer Ebene sind, bezogen auf ein rechtwinkliges kartesisches Achsensystem (Oxy), die Kurven der Gleichung $y = ax^3 + 3x + b$ gegeben, wo a und b reellwertige Parameter mit $a \neq 0$ sind.

a) Man bestimme die Werte von a, für die diese Kurven einen relativen Hoch- und einen relativen Tiefpunkt haben, und diejenigen Werte, für die solche Punkte nicht auftreten.

b) Man bestimme die Werte von a und b derart, daß die entsprechende Kurve γ einen relativen Hochpunkt mit dem Ordinatenwert 0 hat und die x-Achse im Punkt mit dem Abszissenwert $-2\sqrt{2}$ schneidet.

c) Man kontrolliere, daß die Kurve γ für $a = -\frac{1}{2}$ erhalten wird, und zeichne ihren Verlauf.

d) Man berechne den Inhalt der ebenen Fläche, die von der Kurve γ und der x-Achse begrenzt wird.

Aufgabe 2: In einer Ebene ist, bezogen auf ein rechtwinkliges kartesisches Achsensystem (Oxy), die Kurve C' mit der Gleichung

$$y = \frac{x^2 - 1}{2x} \quad (x \neq 0) \text{ gegeben.}$$

a) Man untersuche sie und zeichne ihren Verlauf, wobei man mit A und B die Punkte bezeichne, in denen die Kurve die x-Achse schneidet ($x_A < x_B$).

b) Man finde die Gleichung der Kreislinie C'', die die Kurve C' in A berührt und durch B verläuft.

c) Man zeichne C'' in dieselbe Ebene wie C', nachdem man Halbmesser und Mittelpunkt von C'' bestimmt und die Koordinaten des weiteren Punktes P berechnet hat, in dem C'' die Kurve C' schneidet.

d) Man bestimme die Größe des Winkels, unter dem sich C'' und C' in B schneiden.

e) Man berechne den Inhalt der Flächenstücke, in die C' den von C'' begrenzten Kreis unterteilt.

Aufgabe 3: Eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks ist $2a$ lang, wo a eine bekannte Länge ist, und der ihr anliegende spitze Winkel hat den Kosinuswert $\frac{4}{5}$.

a) Man führe durch den Scheitel des rechten Winkels eine Gerade t, die nicht durch das Dreieck verläuft, und bezeichne mit x das Maß des Winkels, den diese Gerade mit der größeren Kathete bildet. Sodann drücke man als Funktion von x das Volumen V des Körpers aus, der vom Dreieck erzeugt wird, wenn es eine vollständige Umdrehung um die Gerade t ausführt.

b) Man verifiziere das Ergebnis $V(x) = \frac{1}{2}\pi a^3(4\cdot\sin x + 3\cdot\cos x)$, wobei x einem bestimmten Intervall angehört. Man untersuche die Funktion zu $V(x)$ im festzustellenden Intervall und zeichne ihren Graph in eine kartesische Ebene.

c) Man benutze den gezeichneten Graph, um x derart zu bestimmen, daß das Volumen des obenbeschriebenen Rotationskörpers gleich $k\pi a^3$ wird, wo k ein geeigneter Parameter ist.

d) Man vervollständige die Lösung, indem man mit einer bevorzugten Methode zeigt, daß das Volumen V eines Kegelstumpfes mit den Halbmessern R und r und der Höhe h durch die folgende Formel ausgedrückt wird:

$$V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$$

Es fällt auf, daß bei diesen Aufgaben die Teilgebiete Stochastik und lineare Algebra unberücksichtigt bleiben. Ihre Lösungen kann man übrigens über Internet erhalten mit www.pristem. unibocconi.it.

Anschrift des (ins Deutsche übertragenden) **Verfassers:**
Dr. Horst Ahbe, Königsberger Str. 23, 63110 Rodgau