



## Herausgeber:

StDir. *Dietrich Pohlmann*  
(Geschäftsführender Herausgeber)  
Prof. Dr. *Helmut Siemon*

## Schriftleitung:

StDir. *Dietrich Pohlmann*

Verantwortlich für den **Aufgabenteil:**  
StDir. *Josef Rung*

Satz und Grafiken: DTP-design, 36304 Alsfeld

Druck: SZ-Druck  
53757 St. Augustin

© Aulis Verlag Deubner & Co KG Köln / Leipzig 2001

## Wissenschaftlicher Beirat:

StD *F. Barth*, München  
Prof. Dr. *H. G. Bigalke*, Celle  
Prof. *J. Bruhn*, Hamburg  
Prof. Dr. *J. Cofman*, Erlangen  
Prof. Dr. *J. Flachsmeyer*, Greifswald  
Dr. *L. Flade*, Halle/Saale  
Prof. Dr. *R. Fritsch*, München  
Prof. Dr. *H. Griesel*, Kassel  
Prof. Dr. *R. Ineichen*, Fribourg/CH  
OStD *J. Kratz*, Gauting  
Prof. Dr. *G. Pickert*, Gießen  
Prof. Mag. Dr. *H. C. Reichel*, Wien/A  
Prof. Dr. *H.-G. Steiner*, Bielefeld  
Prof. Dr. *H.-J. Vollrath*, Würzburg  
Prof. Dr. *H. Zeitler*, Bayreuth

ISSN 0032-70472

Die erste (fette) Zahl gibt die Hefnummer, die zweite die Seite an

## PM BEITRÄGE

|  |          |            |
|--|----------|------------|
| <b>PM</b> begrüßt die neuen Abonnenten .....   | <b>1</b> | <b>1</b>   |
| <i>Zita</i> (†), 2001 - erstes Jahr des dritten Jahrtausends n. Chr. ....  | <b>1</b> | <b>30</b>  |
| <i>Bauer</i> , Die „genaueste“ Mittelsenkrechte und die „genaueste“<br>Winkelhalbierende .....   | <b>4</b> | <b>187</b> |
| <i>Bayer</i> , Das Pilotenspiel .....  | <b>6</b> | <b>266</b> |
| <i>Brandenburg</i> , Die Vorzeichen-Fallen der quadrat. Gleichung ...  | <b>3</b> | <b>112</b> |
| <i>Brinkmann</i> , ZahlFix - ein Spiel für Schüler ab dem 4. Schuljahr   | <b>5</b> | <b>237</b> |
| <i>Buchholz</i> , Zur Diskussion: Zum Prozentbegriff .....   | <b>1</b> | <b>6</b>   |
| <i>Dockhorn</i> , „ODDSET“ - durch die mathematische Brille<br>betrachtet .....  | <b>5</b> | <b>216</b> |
| <i>Dockhorn/Engel</i> , Elementare Überlegungen zum Ziegenproblem  | <b>5</b> | <b>218</b> |
| <i>Dörband</i> , Wie könnte <i>Archimedes</i> bei der „Kreismessung“<br>gerechnet haben? .....   | <b>2</b> | <b>67</b>  |
| <i>Eisenmann</i> , Ein toller Körper! .....  | <b>4</b> | <b>186</b> |
| <i>Engel</i> , Geometrischer Zugang zur Formel $\lim (\sin x / x) = 1$ ....  | <b>4</b> | <b>185</b> |
| <i>Engel</i> , Was passierte in Palm Beach, Florida? .....   | <b>5</b> | <b>209</b> |
| <i>Engel</i> , s. <i>Dockhorn/Engel</i>  |          |            |
| <i>Engelhaupt</i> , Untersuchungen am Inkreis .....  | <b>4</b> | <b>175</b> |
| <i>Flachsmeyer</i> , Kreissicheln und gotisches Maßwerk .....  | <b>2</b> | <b>73</b>  |
| <i>Floderer</i> , s. <i>Schneider / Floderer</i>   |          |            |
| <i>Fölsch</i> , Sinus- oder Kosinussatz? .....   | <b>1</b> | <b>17</b>  |
| <i>Führer</i> , Kubische Gleichungen und die widerwillige Entdeckung<br>der komplexen Zahlen .....   | <b>2</b> | <b>57</b>  |
| <i>Göbels</i> , Eine besondere Spielvariante beim Billard .....  | <b>1</b> | <b>21</b>  |
| <i>Gorenflo</i> , Verdoppeltbare Pentominos .....  | <b>2</b> | <b>77</b>  |
| <i>Gorenflo</i> , Symmetrische und asymmetrische Pentominos .....  | <b>5</b> | <b>228</b> |
| <i>Grimm</i> , Ein weiteres Adventskerzenproblem .....   | <b>5</b> | <b>232</b> |
| <i>Hawlitshchek</i> , <i>Curtius</i> -Vielecke .....   | <b>2</b> | <b>78</b>  |
| <i>Hechinger</i> , Koeffizient und Parameter .....   | <b>1</b> | <b>22</b>  |
| <i>Hemme</i> , Geburtstagsprobleme .....   | <b>4</b> | <b>168</b> |
| <i>Herfort</i> , Selbstähnlichkeit und Inkommensurabilität .....   | <b>4</b> | <b>189</b> |
| <i>Hesse</i> , Berufseinstiegstest der IHK in Nordrhein-Westfalen ....   | <b>3</b> | <b>129</b> |
| <i>Janous</i> , Die Reifeprüfung in Österreich .....   | <b>5</b> | <b>233</b> |
| <i>Jungk</i> , Eine bemerkenswerte Dualität bei speziellen Vierecken .   | <b>3</b> | <b>120</b> |
| <i>Klunter</i> u.a., Ausgewählte Ergebnisse des Projektes „Sach- und<br>Methodenkompetenz in den Klassen 5 und 6 im Fach Mathe-<br>matik in Brandenburg“ ..... | <b>6</b> | <b>268</b> |
| <i>Köhler</i> , Mathematikabitur im Technologiezeitalter .....   | <b>6</b> | <b>274</b> |
| <i>Losberg</i> , Zur Abschätzung der $n$ -ten Primzahl .....   | <b>3</b> | <b>122</b> |
| <i>Losberg</i> , Ein anderer Zugang zum $(3n+1)$ -Problem .....  | <b>3</b> | <b>134</b> |
| <i>Michaelis</i> , Projekt zum Thema „Prozent- und Zinsrechnung“ ...   | <b>4</b> | <b>170</b> |
| <i>Mentjes</i> , Mathe im Dunkeln .....  | <b>3</b> | <b>114</b> |
| <i>Mocnick</i> , Bevorzugte <i>Kepler</i> die Eibahn? .....  | <b>2</b> | <b>89</b>  |
| <i>Neumann</i> , Kleine Mathematik der Krawattenknoten .....   | <b>5</b> | <b>229</b> |

|   |          |            |
|---|----------|------------|
| <i>Pickert</i> , Ein Verfahren zur Umformung von Bruchgleichungen   | <b>4</b> | <b>188</b> |
| <i>Rathgeber</i> , Zur Erziehung im offenen Unterricht .....  | <b>1</b> | <b>33</b>  |
| <i>Raudies</i> , Anwendungen von Mathematik in der Umwelt .....   | <b>1</b> | <b>7</b>   |
| <i>Saxler</i> , Eine Knobelaufgabe zu den Strahlensätzen .....  | <b>3</b> | <b>123</b> |
| <i>Scheu</i> , Die geometrische Bedeutung der Änderung beim<br><i>Heron</i> -Verfahren .....  | <b>4</b> | <b>186</b> |
| <i>Schleinitz</i> , Wortmeldung zur Mathematik in der Schule .....  | <b>6</b> | <b>280</b> |
| <i>Schneider / Floderer</i> , Wann eine falsche Rechnung ein richtiges<br>Ergebnis liefert .....                                    | <b>1</b> | <b>6</b>   |
| <i>Schneider</i> , Die „Verdoppelung des Kreises“ und die „Quadratur<br>des Würfels“ .....  | <b>3</b> | <b>115</b> |
| <i>Schneiderhan</i> , Ergänzung zum „logarithmischen Flachland“ ....  | <b>4</b> | <b>180</b> |
| <i>Schönwald</i> , Miniaturen .....   | <b>1</b> | <b>12</b>  |
| <i>Schönwald</i> , Königsweg für deutsche Schüler? .....  | <b>2</b> | <b>90</b>  |
| <i>Schönwald</i> , Primzahlen in Klasse 6 .....   | <b>3</b> | <b>110</b> |
| <i>Schönwald</i> , Die Teilbarkeitsregel für 1 .....  | <b>3</b> | <b>112</b> |
| <i>Schönwald</i> , Eine algebraische Abschätzung der Summe der<br>ersten $n$ Quadratzahlen .....                                    | <b>3</b> | <b>133</b> |
| <i>Schönwald</i> , Einige Klassifizierungen der Vierecke .....  | <b>4</b> | <b>172</b> |
| <i>Schönwald</i> , Diskussionsbeitrag zum „Prozentbegriff“ .....  | <b>4</b> | <b>195</b> |
| <i>Schönwald</i> , Nur noch zwei binomische Formeln? .....  | <b>6</b> | <b>265</b> |
| <i>Schönwald</i> , Sollten wir noch Logarithmen unterrichten? .....   | <b>6</b> | <b>267</b> |
| <i>Sewerin</i> , Die XLI. Internationale Mathematik-Olympiade .....   | <b>1</b> | <b>31</b>  |
| <i>Spielmann</i> , Grafische Veranschaulichung von statistischen<br>Daten mittels box-plot .....                                    | <b>5</b> | <b>220</b> |
| <i>Strick</i> , Haste mal ‘nen EURO? .....  | <b>1</b> | <b>2</b>   |
| <i>Strick</i> , Projekt „Wilhelm“ - Untersuchungen der Häufigkeit<br>von Vornamen .....   | <b>2</b> | <b>81</b>  |
| <i>Strick</i> , Bewegungsaufgaben .....   | <b>3</b> | <b>105</b> |
| <i>Strick</i> , Pressemeldungen (11): Schnapszahl-Ehen .....  | <b>5</b> | <b>214</b> |
| <i>Strick</i> , EURO, EURO, du musst wandern ... ..   | <b>5</b> | <b>223</b> |
| <i>Ulm</i> , Wege zur Weiterentwicklung von Mathematikunterricht ..   | <b>4</b> | <b>161</b> |
| <i>Ulshöfer</i> , Umwechslungen in der „Doppelwährungszeit“ .....   | <b>1</b> | <b>3</b>   |
| <i>Ulshöfer</i> , Ein Beispiel zur Umrechnung nationaler Währungen  | <b>1</b> | <b>4</b>   |
| <i>Ulshöfer / Weiler</i> , Ein Beispiel für fächerverbindenden Unter-<br>richt in der Doppelwährungszeit .....                      | <b>3</b> | <b>116</b> |
| <i>Ulshöfer</i> , Zur doppelten Preisauszeichnung .....   | <b>3</b> | <b>119</b> |
| <i>Ulshöfer</i> , Bankkonten in der Doppelwährungszeit .....  | <b>5</b> | <b>228</b> |
| <i>Urmanin</i> , Eine einheitliche Untersuchungsmethode der Potenz-,<br>Exponential- und Logarithmusfunktion. T 1: Potenzfunktion . | <b>1</b> | <b>23</b>  |
| Teil 2: Die Exponentialfunktion .....   | <b>4</b> | <b>181</b> |
| <i>Wegner</i> , Bemerkungen zum <i>Hare/Niemeyer</i> -Verfahren .....   | <b>5</b> | <b>212</b> |
| <i>Weiler</i> , s. <i>Ulshöfer / Weiler</i>   |          |            |
| <i>Weißbach</i> , Zur Übertragung des Satzes von <i>Napoleon</i> auf<br>$n$ -Simplexe .....   | <b>1</b> | <b>26</b>  |
| <i>Wunderling</i> , Was entstehen kann, wenn Lineare Algebra und  |          |            |

# PM JAHRESVERZEICHNIS 2001

|  |        |
|--|--------|
| Analysis in Klassenstufe 11 nicht getrennt unterrichtet werden | 3, 124 |
| Zappe, Einige Anmerkungen zum Gebrauch der „ANS“-Taste ..      | 4, 177 |

## PM COMPUTERPRAXIS

|   |        |        |
|---|--------|--------|
| Red., Der schnelle Link .....   | 5, 257 | 6, 279 |
| Abel, Wie wahrscheinlich sind $k$ Sechsen hintereinander beim mehrfachen Würfeln ? .....                                  | 6, 284 |        |
| Brauner, Rund um den Computer .....   | 5, 239 |        |
| Gawlick, Die aufgehängte Erdkugel als Aufhänger .....   | 5, 241 |        |
| Göbels, Funktionenfolgen im Leistungskurs .....   | 4, 197 |        |
| Hechinger, Zu „Wie wahrscheinlich sind zwei Sechsen hintereinander ...?“ .....  | 5, 244 |        |
| Neidhardt, Ortslinienproblem mit Variationen .....  | 6, 281 |        |
| Scheu, Die Keplersche Regel .....   | 4, 196 |        |
| Schneebeli, Zurück zu den Wurzeln ! .....   | 1, 35  |        |
| Schneebeli, Beweisen mit einem CAS - oder ohne ? .....  | 3, 145 |        |
| Strick, Elementare Untersuchungen zum Euklidischen Algorithmus und zu den Fibonacci-Zahlen .....                          | 3, 141 |        |
| Treiber, Wie wahrscheinlich sind zwei Sechsen hintereinander beim mehrfachen Würfeln ? (s. auch Hechinger und Abel) ..... | 2, 93  |        |
| Wilding, Mathematica-Notebooks im Unterricht .....  | 1, 39  |        |

## PM AUFGABEN

Nebst Lösung:

|   |        |  |
|---|--------|--|
| P 1039. Dreiecke mit konstanter Seitendifferenz - und mit Fortsetzung .....           | 1, 43  |  |
| P 1040. Maxima an einem Tetraeder .....   | 2, 95  |  |
| P 1041. Teilbarkeitseigenschaft der Vandermondeschen Determinante .....               | 3, 147 |  |
| P 1042. Trapezkonstruktion .....  | 4, 199 |  |
| P 1043. Dreiecke mit konstanter Seitendifferenz - Teil II .....                       | 5, 251 |  |
| P 1044. Nicht nur eine Ungleichung .....  | 6, 291 |  |
| Ohne Lösung:  |        |  |
| P 1045. Teileranzahlen .....  | 3, 147 |  |
| P 1046. Vollständiges Vierseit mit 6 Kegelschnitten .....                             | 4, 198 |  |
| P 1047. Unendliche Reihen .....   | 5, 244 |  |
| P 1048. Maximales Ceva-Dreieck und seine höherdimensionalen Verallgemeinerungen ..... | 6, 287 |  |
| Janous, Offene Aufgabe (5) .....  | 4, 198 |  |
| Rung, Offene Aufgabe (6) .....  | 5, 251 |  |
| Kroll, Offene Aufgabe (7) .....   | 6, 290 |  |

## PM KURZPROBLEME

|   |        |  |
|---|--------|--|
| Q 352. Ungleichung zum Jahreswechsel (oder mehr ?) .....              | 1, 43  |  |
| Q 353. Vier berührende Kreise in einem Dreieck .....                  | 2, 95  |  |
| Q 354. Sehnenvierecke mit zwei gleich langen Seiten .....             | 3, 147 |  |
| Q 355. Kegelschnitte mit Brennpunkten des einen auf dem anderen ..... | 4, 198 |  |
| Q 356. Produkte in arithmetischen Folgen .....                        | 5, 251 |  |
| Q 357. Sechseck im Dreieck .....                                      | 6, 290 |  |

## PM AUFGABEN MIT LÖSUNGEN

|  |        |  |
|--|--------|--|
| A 722. Unerwartete Tücken bei einer räumlichen Vermessungsaufgabe .....                | 1, 46  |  |
| Fegert, A 723 - 726 Bundeswettbewerb Mathematik 2000 - 2. Runde .....                  | 2, 98  |  |
| Moldenhauer / Rung, Zu Q 252 Ungleichung .....   | 3, 150 |  |
| Guggenberger / Mendl, Zu P 1036 Hippokrates ... ..                                     | 3, 150 |  |
| Flade, Übung macht den Meister .....   | 3, 158 |  |
| Schwerin, Ausgewählte Aufgaben aus 30 Jahren Mathematikolympiade (B 1, B 2, B 3) ..... | 3, 152 |  |
| Huke, Zu P 1037 Rationale Punkte ... ..  | 4, 202 |  |
| Pickert, Zu P 1038 Geometrische Figur .....  | 4, 202 |  |
| Schwerin, B 4 .....  | 4, 202 |  |

|   |        |  |
|---|--------|--|
| Schwerin, B 5a und b .....  | 5, 253 |  |
| Müller/Sewerin, Lösungen zu den Aufgaben der 41. IMO 2000 ..                              | 5, 254 |  |
| Kroll / Pickert / Rung, A 727. Parallel bzw. orthogonale erzeugte maximale Dreiecke ..... | 6, 287 |  |
| Schwerin, B 6 .....   | 6, 292 |  |
| Schmidt, Berechnungsgrundlagen zu „P 1042. Trapezkonstruktion“ .....                      | 6, 293 |  |
| Bubeck, Zum Problem 1036 „Hippokrates ...“ .....  | 6, 294 |  |
| Fegert, A 728 - 731. Bundeswettbewerb Mathematik 2001 - 2. Runde .....                    | 6, 300 |  |

## PM NEUE BÜCHER

|   |        |         |        |
|---|--------|---------|--------|
| NEUERSCHEINUNGEN .....  | 1, 45; | 3, 154; | 5, 258 |
| ADI GZ / DG, Geometrisches Zeichnen / Darstellende Geometrie: Beispiele und Anregungen ... für Schule und Studium (Pohlmann) .. | 3, 155 |         |        |
| Boles, Programmieren spielend gelernt (Java; Heide) .....   | 6, 308 |         |        |
| Dewdney, Reise in das Innere der Mathematik (Stein) .....   | 6, 307 |         |        |
| Dirschmid, Differenzial- und Integralrechnung (Weber) .....   | 1, 51  |         |        |
| Eder, Workshop Mathematik: Arithmetik und Algebra am Computer (Heide) .....   | 1, 50  |         |        |
| Eder, Mathematik: Von 5 - 10; von A - Z (Stein) .....   | 4, 202 |         |        |
| Fiederle / Geisenberger, Informationstechnisches Grundwissen quer (Pohlmann) .....  | 6, 308 |         |        |
| Förster, Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht, Bd. 6: Computer-Anwendungen (Hase) .....                | 1, 51  |         |        |
| Friedrich, Handreichungen .. zu Informatik und Alltag - Profilband (Heide) .....  | 1, 53  |         |        |
| Fulge / Röttger, Neue Ideen im Mathematikunterricht (Weller) .....  | 6, 306 |         |        |
| Grauert / Grunau, Lineare Algebra und Analytische Geometrie (Kappes) ..   | 1, 51  |         |        |
| Grün / Höhler-Helbig, Die Faelscherwerkstatt (Weller) .....   | 1, 52  |         |        |
| Gugel, Methoden-Manual II: „Neues Lernen“ (Stein) .....   | 4, 204 |         |        |
| Hellman, Zoff im Elfenbeinturm (Stein) .....  | 4, 204 |         |        |
| Hemme, Das Hexeneinmaleins (Pohlmann) .....   | 6, 307 |         |        |
| Hergel / Jahnke / Kroll, Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sek. I (Pohlmann) .....                        | 6, 307 |         |        |
| Hesse/Schrader, Schule und was dann ? (Stein) .....   | 5, 260 |         |        |
| Hilbert, Grundlagen der Geometrie (Hase) .....  | 2, 100 |         |        |
| Huber, Internet im Unterricht (Heide) .....   | 6, 308 |         |        |
| Jahnke, Geschichte der Analysis (Stein) .....   | 2, 100 |         |        |
| Joereßen/Sebastian, Problemlösung mit Modellen und Algorithmen (Heide) .....  | 4, 203 |         |        |
| Kammermeyer / Zerpies, Mathe: Pocket Teacher Abi (Pohlmann) .....   | 6, 307 |         |        |
| Käse, Stochastik (Version 5; Pohlmann) .....  | 5, 259 |         |        |
| Kaufmann, Mathematica - kurz und bündig (Weller) .....  | 1, 53  |         |        |
| Krüll, So macht Rechnen wieder Spaß (Pohlmann) .....  | 6, 307 |         |        |
| Lergenmüller/Schmidt, Der Graphikrechner CASIO CFX-9850G (Pohlmann) .....   | 4, 203 |         |        |
| Liebetrau, In @cht Minuten um die Erde (Heide) .....  | 6, 308 |         |        |
| Machill / v. Peter (Hrsg.), Internet-Verantwortung an Schulen (Weller) .....  | 6, 308 |         |        |
| Maier - Schweiger - Reichel, Mathematik und Sprache (Eid) .....   | 6, 306 |         |        |
| Metzger, Der Taschenrechner als Hilfsmittel (7./8. Sch.) (Heide) .....  | 6, 307 |         |        |
| Miller, Lehrer lernen (Stein) .....   | 1, 53  |         |        |
| Miller, Schwellen-Didaktik (Stein) .....  | 2, 101 |         |        |
| Mindjet, MindManager 4.0 (Weber) .....  | 5, 260 |         |        |
| Mittag / Stemann, Beschreibende Statistik und explorative Datenanalyse (Kappes) .....   | 1, 52  |         |        |
| 2. Auflage (Kappes) .....   | 5, 259 |         |        |
| Näf / Streule / Hartmann, Risiko Internet ? (Weller) .....  | 6, 309 |         |        |
| Nehrig, Mathemac's: Kopiervorlagen ... (Weber) .....  | 4, 203 |         |        |
| Niecknig, kurz & knapp: Mathematik I, Sek. II: Analysis (Weber) .....   | 1, 51  |         |        |
| Paulos, Es war 1mal... (Stein) .....  | 4, 202 |         |        |
| Pickover, Die Matheamtik und das Göttliche (Pohlmann) .....   | 4, 203 |         |        |
| Poethe, Grafikrechner ABC (Casio CFX-9850G) (Weber) .....   | 1, 53  |         |        |
| Popp, Fachdidaktik Mathematik (Weber) .....   | 2, 101 |         |        |
| Richter-Gebert / Kortenkamp, Cinderella - die interaktive Geometrie-software (Heide) .....                                      | 1, 51  |         |        |
| Ropohl, Allgemeine Technologie (Weber) .....  | 2, 101 |         |        |
| Rosenbaum, PC/EDV-Lexikon (Weller) .....  | 4, 204 |         |        |
| Rudin, So hab ich's erlebt (Weber) .....  | 1, 52  |         |        |
| Schmidt / Marré, Lernzirkel: Gleichungen 1. Grades mit einer Variablen (Fechtnr) .....  | 1, 50  |         |        |
| Schmidt, Wir basteln geometrische Körper (Pohlmann) .....   | 6, 307 |         |        |
| Sedlmeier/Köhlers, Wahrscheinlichkeiten im Alltag (Weller) .....  | 5, 259 |         |        |

# PM JAHRESVERZEICHNIS 2001

|  |        |
|--|--------|
| Schneebeili / Vollmer, Skalarprodukte - Schwingungen - Signale (Weber) .....                                     | 1, 52  |
| Schütz, Puzzles für den Mathematik-Unterricht (Hase) .....   | 1, 51  |
| Siegmund-Schultze, Mathematiker auf der Flucht vor Hitler (Reuter) ....  | 2, 100 |
| Struck, Wie schütze ich mein Kind vor Gewalt in der Schule? (Koch) ..  | 6, 308 |
| Target Film & ..., Vom Rechenbrett zum Web-PC (Heide) .....  | 5, 260 |
| Tietze, Didaktik der Analytischen Geometrie und Linearen Algebra (Stein) .....                                   | 4, 203 |
| Toepell, Anregungen zu einem fächerübergreifenden Mathematik-<br>unterricht, Bd. 1 (Hase) .....                  | 2, 100 |
| Vieweg, Berufs- und Karriere-Planer: Mathematik 2001 (Pohlmann) ....   | 5, 260 |
| Wagenknecht / Schumann, Schlaglichter angewandeter Informatik (Weber) .....                                      | 1, 52  |
| Wolny, Materialien zum Unterricht: Weltall - Große Zahlen; große<br>Schachteln - kleine Schachteln (Stein) ..... | 4, 203 |
| Zehnder, Gefahr aus dem Cyberspace? (Weber) .....  | 1, 53  |
| Zeitler/Pagon, Fraktale Geometrie (Pohlmann) .....   | 4, 203 |
| Zuber, JavaScript in der Schule (Weller) .....   | 1, 52  |
| -, Der große Internetführer für Schüler (Weller) .....   | 1, 53  |
| -, OKiDOKI Bruchrechnen (Pohlmann) .....   | 4, 202 |

## PM BERICHTE & MITTEILUNGEN

|   |        |
|---|--------|
| CeBIT 2001 zeigt IT-Technologien der Zukunft • Pfungstagung<br>in Münster • Communicatorpreis 2000 • RAAbits Mathematik (24)<br>• Dokumentation zur Werkstatt Multimedia 2000 • RegiWin -<br>jetzt in Version 1.7 • Recyclingpapier nutzen - Umwelt entlasten .   | 1, 53  |
| ICTMT 5 in Klagenfurt • MATHDI - update 2000 • Konrad-<br>Zuse-Museum • Literaturdatenbank zur „Informations- u Kommu-<br>nikationstechnik“ • RAAbits Mathematik • Geldmuseum der<br>Deutschen Bundesbank • Metaguide • Ozonsituation • Presse-<br>Taschenbuch Schule • Ökolog. Steuerreform • Schubra 2001<br>• TI-Navigator • Korrekturen zu PM 2000 (6) .....                      | 2, 101 |
| DMV-Jahrestagung 2001 • INFOS 2001 • Cinderella ausgezeichnet<br>• Cornelsen Akademie • Neue Zeichenschablone • TIMSS - und<br>die Folgen • AG Didaktische Innovation • Neues von der CeBIT<br>2001.....  | 3, 156 |
| Termine der MNU-Herbst-Tagungen 2001 • Rechenschieber-<br>und Rechenmaschinensammler-Treffen • Systems '01 • Die 53.<br>Frankfurter Buchmesse • StD Eberhard Lehmann erhält den<br>Wilhelm Schickard-Förderpreis für Informatik • Denkschrift<br>der DMV / GDM zur Lehrerbildung • RAAbits Mathematik<br>• Umweltpreise im Internet • Fachinformation per Mausclick<br>bezahlen ..... | 4, 204 |

## NAMENVERZEICHNIS

|                            |                              |                              |                               |                          |
|----------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| Abel 6, 284                | Gawlick 5, 241               | Kroll 4, 199; 6, 287, 290    | Schmidt 2, 104; 6, 293        | Weber 1, 51, 52, 53; 2,  |
| Arslanagic 1, 43           | Göbels 1, 21; 4, 197;        | Losberg 3, 122, 134          | Schneebeili 1, 35; 3, 145     | 101; 4, 203; 5, 260      |
| Bauer 4, 187               | 5, 264                       | Mendl 3, 150                 | Schneider 1, 6; 3, 115        | Wegner 5, 212            |
| Bayer 6, 266               | Gorenflo 2, 77; 5, 228       | Mentjes 3, 114               | Schneiderhan 4, 180           | Weißbach 1, 26           |
| Bercea 1, 43; 5, 251       | Grimm 5, 232                 | Michaelis 4, 170             | Schönwald 1, 12; 2, 90;       | Weller 1, 52; 4, 204; 5, |
| Brandenburg 3, 112         | Gronau 1, 31                 | Möbius (†) 2, 95; 6, 291     | 3, 110, 112, 133; 4, 172,     | 259; 6, 306, 309         |
| Braß 4, 208                | Guggenberger 3, 150          | Mocnik 2, 89                 | 195; 6, 265, 267              | Wilding 1, 38            |
| Brauner 5, 239             | Hase 1, 51; 2, 100           | Moldenhauer 3, 150           | Schwerin 3, 152; 5, 253;      | Wunderling 3, 124        |
| Brinkmann 5, 237           | Hawliatschek 2, 78           | Müller 5, 254                | 6, 292                        | Zappe 4, 177             |
| Bubeck 6, 294              | Hechinger 1, 22, 44; 5, 244  | Neidhardt 6, 281             | Sewerin 1, 331; 5, 254        | Zita (†) 1, 30           |
| Buchholz 1, 6              | Heide 1, 50, 51, 53; 4, 203; | Neumann 5, 229               | Spielmann 5, 220              |                          |
| Dockhorn 5, 216, 218       | 5, 260; 6, 307f              | Oehl 3, 147                  | Steffens 3, 147               |                          |
| Dörband 2, 67              | Hemme 4, 168                 | Pickert 3, 150; 4, 188, 198, | Stein 1, 53; 2, 100, 101;     |                          |
| Eid 6, 306                 | Herfort 4, 189               | 202; 6, 289                  | 4, 202, 203, 204; 5, 260;     |                          |
| Eisenmann 4, 186           | Hesse 3, 129                 | Pohlmann 1, 1; 3, 155; 4,    | 6, 307                        |                          |
| Engel 4, 185; 5, 209, 218  | Huke 4, 202                  | 202; 5, 259, 260; 6, 307f    | Strick 1, 2; 2, 81; 3, 105,   |                          |
| Engelhaupt 4, 175          | Jainta 1, 47; 6, 305         | Rathgeber 1, 33              | 141; 5, 214, 223              |                          |
| Fechtner 1, 50             | Janous 1, 46; 4, 198; 5,     | Raudies 1, 7; 6, 268         | Treiber 2, 93                 |                          |
| Fegert 2, 97; 6, 300       | 233                          | Reuter 2, 100                | Tunn 2, 95                    |                          |
| Flachsmeyer 2, 73          | Jungk 3, 120                 | Rose-Körner 2, 95; 3, 147    | Ulm 4, 161                    |                          |
| Flade 3, 151, 158; 4, 206; | Kappes 1, 51, 52; 5, 259     | Rung 1, 46; 3, 147; 5, 251;  | Ulshöfer 1, 3, 6, 56; 3, 116, |                          |
| 5, 262; 6, 310             | Klunter 6, 268               | 6, 290                       | 119; 5, 228; 6, 312           |                          |
| Floderer 1, 6              | Koch 6, 308                  | Saxler 2, 123                | Urmanin 1, 23; 4, 181         |                          |
| Fölsch 1, 17               | Köhler 6, 268, 274           | Scheu 4, 186, 196            | Walser 6, 287                 |                          |
| Führer 2, 57               | Kreusch 3, 160               | Schleinitz 6, 280            |                               |                          |

|   |        |
|---|--------|
| Künstliche neuronale Netze • Cornelsen-Teachweb.de • RAAbits<br>Mathematik • Die Böden Deutschlands .....   | 5, 261 |
| Ein Stoff mit hoher Halbwertszeit (Tagungsbericht) .....  | 6, 305 |
| Prof. Dr. Helmut Siemon verstorben • 10. Learntec • Interschul /<br>didacta 2002 • 36. GMD-Tagung • 93. MNU-Kongress • Mathe-<br>Abiturprüfung mit PC • Cornelsen Power Learning • Digitalisie-<br>ren von Dias • Statistisches Bundesamt verändert Verbraucherpreis-<br>indizes • Grüße zum Neuen Jahr • PM wird bibliographiert ..... | 6, 309 |

## PM Arbeitsblätter / Kopiervorlagen

|   |        |
|---|--------|
| Preise müssen in Euro festgesetzt werden (Ulshöfer) ..... | 1, 56  |
| So multiplizierten die Ägypter (Schmidt) .....            | 2, 104 |
| Übung macht den Meister 1/5, 2/5 (Flade) .....            | 3, 158 |
| Flächenvergleiche (Kreusch) .....                         | 3, 160 |
| Übung macht den Meister 3/5, 4/5 (Flade) .....            | 4, 206 |
| Die drei Kobolde (Braß) .....                             | 4, 208 |
| Übung macht den Meister 5/5 (Flade) .....                 | 5, 262 |
| Ein sehr berühmtes Bauwerk (Göbels) .....                 | 5, 264 |
| Übung macht den Meister 6/5 und 7/5 (Flade) .....         | 6, 310 |
| Wir bewerten Preisfestsetzungen (Ulshöfer) .....          | 6, 312 |

## Errata

- S. 111 Abschn. 10, 2. Absatz, 2. Satz: Die beiden Bezeichnungen  $P$  und  $Q$  sind vertauscht worden.
- S. 123 In der Fig. 1 fehlt im Druck bedauerlicherweise die untergelegte Gitterstruktur (Kästchenraster). Damit entfällt der Überraschungseffekt des scheinbar unausweichlichen Widerspruchs, der beim Abzählen der Kästchen entsteht. Es taucht damit leider viel zu früh der Verdacht auf, dass wohl etwas an den Abmessungen nicht stimmt.  
Die Bezeichnungen in Fig. 2 und im Text stimmen nicht überein. Die Variablen  $n_i^*$  der Fig. 2 wurden im Text mit  $n_i$  bezeichnet.
- S. 150, linke Spalte, 7. Zeile von unten:  $1 + x < \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ , statt  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$   
rechte Spalte, 8. Zeile:  $\ln \frac{1026}{1024}$   
, 12. Zeile: Q 352\* (nicht \*\*)
- S. 188 rechte Spalte, 3. Zeile von unten: Im Nenner des Bruches muss es richtig  $rx + sy$  heißen.

und zu DdM 21 (3/1993) S. 183: dort hieß es, „dass  $p_n$  mit Ausnahme von  $n=1$  und  $n=2$  kleiner als  $\frac{1}{2}$  ist.“ Das ist falsch, da  $p_1=0$  ist und nicht  $p_1=1$  wie in der Tabelle 1 auf S. 184 dargestellt. Tatsächlich ist also  $p_n$  mit Ausnahme von  $n=2$  kleiner als  $\frac{1}{2}$ .

# Kurzfassungen Heft 1

**Haste mal' nen Euro ?** PM 43 (2001) 2  
*H.K. Strick*  
 Der Abschied von Mark und Pfennig macht darauf aufmerksam, in wie vielen Redewendungen noch alte Münz- und Währungseinheiten enthalten sind. Unsere Schülerinnen und Schüler werden in einigen Jahren über Schulbücher lächeln, die noch veraltete „DM“-Angaben enthalten. Werden dann auch die alten Redewendungen verschwinden?

**Umwechslungen in der „Doppelwährungszeit“** PM 43 (2001) 3  
*K. Ulshöfer*  
 Das aktuelle mathematische Geschehen sollte in die Schule hineingeholt werden. In diesen Monaten kann dies bedeuten, dass Jugendliche mit Rechenproblemen im Zusammenhang mit der Einführung des Euro vertraut gemacht werden. Um die Akzeptanz des Euros und damit das Zusammengehörigkeitsgefühl der Menschen in Europa zu fördern, müssen die verbindlichen Vorschriften beachtet und begründet vorgestellt werden. Geltendes Recht ist: Von den vorgegebenen Umrechnungskursen abgeleitete inverse oder bilaterale Kurse dürfen nicht verwendet werden.  
 Dazu: **Ein Beispiel zur Umrechnung nationaler Währungen in der Doppelwährungszeit.**

Zur Diskussion: **Zum Prozentbegriff** PM 43 (2001) 6  
*W. Buchholz*  
 Kann man auf den Prozentbegriff verzichten ?

**Wann eine falsche Rechnung ein richtiges Ergebnis liefert** PM 43 (2001) 6  
*H. Schneider / M. Floderer*  
 Es wird dargelegt, wie man Brüche so konstruiert, dass die falsche Additionsregel „Zähler bzw. Nenner addieren“ zu richtigen Resultaten führt.

**Anwenden vom Mathematik in der Umwelt** PM 43 (2001) 7  
*M. Raudies*  
 Kinder begegnen dem Zufall unwillkürlich in ihrer Umwelt. Die dabei gewonnenen Erfahrungen sollen aufgegriffen, systematisch weiterentwickelt und mit Kenntnissen und Fähigkeiten zur Bruchrechnung verknüpft werden. Dazu werden Beispiele unterschiedlicher Komplexität in Form von Arbeitsblättern aufbereitet.

**Miniaturen** PM 43 (2001) 12  
*H.G. Schönwald*  
 1. Ein Nachruf auf das (hand)schriftliche Rechnen  
 2. 6 ¼ Gehwegplatten pro qm - eine Überzeugungsarbeit  
 3. Einige Merkwürdigkeiten in der Bruchrechnung  
 4. Wie bastelt man „boshafte“ Bruchrechnungsaufgaben ?  
 5. Eine Prozentrechenaufgabe und die dritte binomische Formel  
 6. Braucht man als CAS-Benutzer handschriftliche erworbenes „algebraisches Gefühl“ ?  
 7. Warum lässt sich  $\frac{n \cdot \dots \cdot (n - k + 1)}{1 \cdot \dots \cdot k}$  vollständig kürzen ?  
 8. Wie erkläre ich  $(e^x)'|_{x=0} = 1$  im Grundkurs ?  
 9. Ein Beweis für  $\int_0^a x^n dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}$  über Potenzsummenformelanhänge

**Sinussatz oder Kosinussatz ?** PM 43 (2001) 17  
*G. Fölsch*  
 Einige Vorteile und Nachteile zwischen Kosinussatz und Sinussatz bei der Berechnung beliebiger Dreiecke werden an Beispielen erläutert. Da in fast allen Lehrbüchern eine systematische, hilfreiche Zusammenstellung für das geschickteste Vorgehen bei diesen Berechnungen fehlt, wird hier eine griffige Tabelle vorgeschlagen.

**Eine besondere Spielvariante beim Billard** PM 43 (2001) 21  
*W. Göbels*  
 Anhand eines konstruierten Billardproblems wird ein kleiner Streifzug durch mehrere wichtige mathematische Themengebiete der Sek 1, wie z.B. Proportionalität, komplexere Termumformungen, Ähnlichkeit und Strahlensätze sowie Trigonometrie unternommen. Die Lösung des Problems kann experimentell bestätigt werden und bietet sich somit gleichzeitig als handlungsorientiertes Unterrichtsthema an.

**Koeffizient und Parameter** PM 43 (2001) 22  
*T. Hechinger*  
 Die Begriffe *Koeffizient* und *Parameter* sind ihrer Natur nach etwas unbestimmt und werden in den verschiedenen Gebieten der Mathematik nicht einheitlich verwendet. Was die für die Schule relevanten Fälle angeht, ist es meines Erachtens jedoch möglich, diese Begriffe im wesentlichen festzulegen und gegeneinander abzugrenzen. Insofern möchte ich Herrn *Schönwald* widersprechen, der in [1] vorschlägt, sie für die Schule gleichzusetzen.

**Eine einheitliche Untersuchungsmethode der Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktion. Teil 1** PM 43 (2001) 23  
*Z. Urmanin*  
 Es wird eine sehr „inhaltsreiche“ und leicht beweisbare Ungleichung eingeführt und dann im Bereich und Umfeld der Potenzfunktion nach Sätzen gesucht, die sich mit Hilfe dieser Ungleichung direkt bzw. fast direkt beweisen lassen.

**Zur Übertragung des Satzes von Napoleon auf n-Simplexe** PM 43 (2001) 26  
*B. Weißbach*  
 Vorgestellt werden Abwandlungen des bekannten „Satzes von Napoleon“, bei denen an die Stelle des betrachteten Dreiecks gewisse *n*-Simplexe treten. Für  $n \geq 3$  werden dem gegebenen Simplex zwei verschiedene „*Napoleon*-Simplexe“ mit bemerkenswerten Eigenschaften zugewiesen.

**Zur Erziehung im offenen Unterricht** PM 43 (2001) 33  
*C. Rathgeber*  
 Die Notwendigkeit einer Erziehung zur Achtung vor dem Mitmenschen und seinem Anderssein wird dargestellt, um im offenen Unterricht ein wirksames Lernen und effektive Gruppen- und Teamarbeitsprozesse gestalten zu können.

**Zurück zu den Wurzeln!** PM 43 (2001) 35  
*H.R. Schneebeli*  
 Die *Heron*formel berechnet Näherungswerte für Quadratwurzeln iterativ. Mit dem *Heron*verfahren lässt sich experimentieren, um das Verhalten iterativer Verfahren und der Iteration von Funktionen im allgemeinen zu erkunden. In erster Linie sollen verschiedene Verhaltensweisen erfahren und erkannt werden. Die Betrachtungen sind bewusst elementar gehalten. Vorkenntnisse aus der Analysis werden nicht vorausgesetzt, aber in den Experimenten wird ein CAS-Rechner (TI-89/92+) benutzt. Ein kurzer Blick auf Probleme der Numerik und dynamische Systeme rundet diese einführenden Betrachtungen ab.

**Mathematica-Notebooks im Unterricht** PM 43 (2001) 38  
*H. Wilding*  
 Der Einsatz von Computeralgebra - Systemen an Schulen geschieht – wenn überhaupt – so meist verdeckt in einem großen Taschenrechner, der von Pädagogen dann oft dazu benutzt wird, mehr vom selben in kürzerer Zeit zu erledigen.  
 Dies ist unser Anliegen nicht. Wir möchten den Lernenden eine Experimentierumgebung am PC bieten, bei der durchaus auch über „learning by doing“ geforscht, probiert, entdeckt und neugierig gemacht werden soll. Der vorliegende Aufsatz soll einen kleinen Eindruck vom didaktischen Hintergrund aufzeigen.

## Kurzfassungen Heft 2

**Kubische Gleichungen und die widerwillige Entdeckung der komplexen Zahlen** PM 43 (2001) 57

L. Führer

Im heutigen Unterricht wird im allgemeinen nicht mehr auf die cardanische Formel zur Lösung kubischer Gleichungen eingegangen. Sie sieht recht kompliziert aus, bringt im Fall von drei reellen Lösungen („Casus irreducibilis“) komplexe Zahlen ins Spiel und erfordert am Ende doch meist Näherungen, die - von vornherein eingesetzt - mächtigere Verfahren ermöglichen. Historisch war es aber so, dass aus dem Studium dieser erstaunlich sperrigen Formel sowohl der moderne „unnatürliche“ Zahlbegriff entstand als auch die heutigen strukturorientierten Auffassungen von Algebra. Der Aufsatz versucht, den ersten Gesichtspunkt historisch korrekt zu rekonstruieren und den zweiten Gesichtspunkt soweit zu skizzieren, dass eine historisch plausible Brücke zwischen Schul- und Hochschulalgebra entsteht. Beides sollte bei allzu computereuphorischen Diskussionen zur Frage „Wieviel Termumformungen braucht der Mensch?“ bedacht werden.

**Wie könnte Archimedes bei der „Kreismessung“ gerechnet haben ?** PM 43 (2001) 67

R. Dörband

Um Schranken für  $\pi$  zu bestimmen, wird Archimedes wohl von ein- und umbeschriebenen regelmäßigen Polygonen ausgegangen sein. Beginnt man mit dem regelmäßigen Sechsen-6-Eck, so ist die Sehne gleich dem Radius des Kreises. Durch Verdopplung der Eckenzahl kommt man zum 12-, 24-, 48- und 96-Eck. Die geometrisch exakten Werte für die dazugehörenden Sehnen und Tangenten sind komplizierte Wurzelausdrücke, deren Werte nicht durch endlich viele Ziffern darstellbar sind. Man kann sie nur nach unten und oben abschätzen. Dabei muss bedacht werden, dass arithmetisch in der Antike nur die Bruchrechnung in Frage kam, also eigentlich nur das Rechnen mit ganzen Zahlen oder Verhältnissen von ganzen Zahlen. Diese Abschätzungen kann man sich in drei Stufen vorstellen, die im Beitrag geschildert werden und für das 96-Eck die bekannten Abschätzungen  $3 \frac{10}{71} < \pi < 3 \frac{1}{7}$  liefern.

**Kreissicheln und gotisches Maßwerk** PM 43 (2001) 73

J. Flachsmeyer

Gotisches Maßwerk ist eine in Stein gehauene Geometrie; es stellt damit eine interessante Verbindung zwischen Kunst und Mathematik her. Ahand des Archimedischen Arbelos wird das Einpassen von Kreisen in Kreissicheln erörtert und damit ein Beispiel eines neugotischen Maßwerkfensters analysiert.

**Curtius-Vielecke** PM 43 (2001) 78

K. Hawlitschek

Einem Kreis mit natürlichem Radius werden Vielecke einbeschrieben, deren Seiten und Diagonalen ebenfalls natürliche Zahlen sind. Mit Hilfe der von C.F. Gauß aufgestellten Parameter-Formeln werden Aussagen über derartige Vielecke hergeleitet, die für Aufgabenstellungen in der Planimetrie nützlich sein können.

**Projekt „Wilhelm“ - Untersuchungen der Häufigkeit von Vornamen** PM 43 (2001) 81

H.K. Strick

Eine Zeitungsmeldung, in der dargestellt wurde, dass die hessische CDU beabsichtigt, mithilfe des Telefonbuchs Rentner herauszufinden, war Anlass für ein Projekt in einem Leistungskurs Mathematik. Von der Statistikstelle der Stadt Leverkusen wurden die Datensätze *Vornamen / Geburtsjahr* aller 160810 Einwohner zur Verfügung gestellt und mithilfe von Excel ausgewertet. Im Einzelnen wurden untersucht: Häufigkeiten (Beliebtheit) von Vornamen insgesamt und in verschiedenen Zeitintervallen, häufige Vornamen an der Schule und im Vergleich zur gleichen Altersgruppe in Leverkusen sowie die angesprochenen Zusammenhänge von Vornamen und Alter.

**Bevorzugte Kepler die Eibahn ?** PM 43 (2001) 89

Karl Mocnik

Obleich in der Natur anscheinend nicht verwirklicht, erlaubt eine von Kepler verworfene, mit der Ellipse eng verwandte Eibahnform eine rasche und nahezu präzise Ephemeridenbestimmung für auf kreisformnahen Bahnen umlaufende Planeten.

**Königsweg für deutsche Schüler ?** PM 43 (2001) 90

- eine Ergänzung zum BDA-Heft „IN MATHE MANGELHAFT“

H.G. Schönwald

Das Kernproblem der bundesdeutschen Bildungsmisere liegt nicht in fehlenden Unterrichtsgestaltungen. Alle besseren Methoden werden nicht viel helfen, solange sich unsere Jugendlichen nicht anstrengen *wollen*. Vielmehr muss unsere gesamte Gesellschaft Werte leben, die nahe bei den alten Tugenden liegen. Sonst werden die Renten in zwanzig Jahren irgend wie viel Prozent von einem gegen heute wertverminderten Nettogehalt betragen.

**Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man zwei Sechsen hintereinander beim mehrfachen Würfeln ?** PM 43 (2001) 95

D. Treiber

Untersucht wird folgendes Problem: Man würfelt  $n$ -mal ( $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ ). Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass dabei 2 Sechsen hintereinander auftreten. Wir gehen das Problem mit unterschiedlichen Methoden an: Baumdiagramme, Computersimulation, Herleitung einer Rekursionsformel, Entwicklung einer expliziten Formel, Numerische Berechnungen mit DERIVE.

**Bundeswettbewerb Mathematik 2000 2. Runde - Aufgaben und Lösungen** PM 43 (2001) 97

K. Fegert

Die Aufgaben der zweiten Runde des diesjährigen Bundeswettbewerbs Mathematik werden vorgestellt. Zusätzlich zu den Lösungen werden Hinweise auf typische Fehler gegeben und Möglichkeiten zum Einsatz im Mathematikunterricht aufgezeigt.

## Kurzfassungen Heft 3

**Bewegungsaufgaben** PM 43 (2001) 105

- eine Aufgabensequenz für Klassenstufe 8

H.K. Strick

Bewegungsaufgaben erfreuen sich - wie viele Typen von Textaufgaben - nicht gerade einer großen Beliebtheit bei Schülerinnen und Schülern. Dies hängt zum einen damit zusammen, dass Textaufgaben überhaupt als 'schwierig' gelten, zum anderen damit, dass das Übertragen von Text in Gleichungen und der umgekehrte Vorgang vielleicht nicht systematisch genug vermittelt wurden. Die beschriebene Unterrichtsreihe versucht diese Probleme zu berücksichtigen.

**Primzahlen in Klasse 6** PM 43 (2001) 110

H. G. Schönwald

Elf mögliche Unterrichtsstückchen zum Thema Primzahlen (Pz) sind so - kurz und ausführend - dargestellt, wie man sich als Lehrkraft darauf vorbereiten würde, wenn man sie in den Unterricht einflechten möchte. Angesprochen werden: 1 ist keine Pz; das Sieb des Eratosthenes; es gibt unendlich viele Pz; Pz-Zwillinge; Pz-Lücken; größte z.Z. bekannte Pz; Mersennesche Pz; Fermat-Pz; Pz-Satz; Fundamentalsatz der Arithmetik; Public-Key-Code.

Im Anschluß: Die Teilbarkeitsregel für 1

**Die Vorzeichen-Fallen der quadratischen Gleichung** PM 43 (2001) 112

R.J. Brandenburg

Die  $p$ - $q$ -Formel  $x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$  für die "Normalform"

$x^2 + px + q = 0$  der quadratischen Gleichung bereitet vielen Schülern Probleme wegen der beiden Minuszeichen - insbesondere dann, wenn  $p$  oder  $q$  oder beide negativ sind. Die  $m$ - $n$ -Form  $x^2 = mx+n$  bietet zwei Vorteile:

- sie lässt sich anschaulich als Schnittpunktsproblem deuten,
  - ihre Lösungsformel enthält keine Minuszeichen vor den Koeffizienten.
- Vorzeichenfehler treten dadurch kaum noch auf.

**Mathe im Dunkeln** PM 43 (2001) 114

B. R. Mentjes

„Mathe im Dunkeln“ ist der Name einer Arbeitsgemeinschaft (AG) der Viktoriaschule zu Aachen. Diese AG, bestehend aus Sechstklässlern, trifft sich wöchentlich, um in einem völlig verdunkelten Raum Mathematik zu betreiben. Dabei bietet die Dunkelheit einige Vorteile gegenüber "normalen" Unterrichtsbedingungen.

**Ein Beispiel für fächerverbindenden** PM 43 (2001) 116

Unterricht in der Doppelwährungszeit

K. Ulshöfer / R. Weiler

Es wird ein Beispiel für fächerverbindenden Unterricht zwischen Englisch- und Mathematikunterricht vorgestellt. Der enthaltene Text in englischer Sprache möchte ab der 10. Jahrgangsstufe (6. Jahr Englischunterricht) Schülerinnen und Schüler dazu motivieren, im Mathematikunterricht genauer nachzufragen. Jugendlichen können in diesen Monaten genaue Kenntnisse über Umrechnprobleme im Zusammenhang mit dem Euro vermittelt werden. Dabei kommt es gelegentlich auf den Pfennig an.

Im Anschluß: Zur doppelten Preisauszeichnung.

**Zur Diskussion gestellt:** PM 43 (2001) 129

Berufseinstiegstest der IHK in Nordrhein-Westfalen

M. Hesse

An 3500 Auszubildenden wurde die Fähigkeit getestet, Mathematikaufgaben zu lösen. An 11 ausgewählten Aufgaben wird die nachweisbare Rechenfertigkeit diskutiert.

Nicht fachdidaktische Vorstellungen bezüglich des Unterrichtens von Mathematik (Sek I) bestimmen diese Ausführungen, sondern im Vordergrund steht, welche Anforderungen an die Schulabsolventen (z.B. von Handwerk, Industriebetrieben) gestellt und welche Leistungen erwartet werden. Die erheblichen Schwierigkeiten, die Auszubildende bei Aufgaben mit Maßeinheiten und bei „Textaufgaben“ hatten, erfordern ein konzertiertes Vorgehen.

**Eine bemerkenswerte Dualität bei spez. Vierecken** PM 43 (2001) 120

W. Jungk

Im Mittelpunkt des Beitrags steht der Versuch, eine Sequenz von alternierenden Trapezen und Drachenvierecken so zu konstruieren, dass der Umkreis des einen Vierecks zum Inkreis des anderen Vierecks wird und umgekehrt.

**Eine Knobelaufgabe zu den Strahlensätzen** PM 43 (2001) 123

J. Saxler

Eine Aufgabe eignet sich besonders gut für entdeckendes Lernen, wenn sie von einem scheinbar unerklärlichen Phänomen ausgeht und mit Vorkenntnissen aus dem Unterricht gelöst werden kann. Schülern lässt die vorliegende Aufgabe keine Ruhe, bis sie auf die Idee kommen, die Strahlensätze anzuwenden. Durch eine Verallgemeinerung gemäß Fig. 2 lässt sich der Lösungsansatz besser verdeutlichen.

**Was entstehen kann, wenn Lineare Algebra und Analysis in Klassenstufe 11 nicht getrennt unterrichtet werden** PM 43 (2001) 124

H. Wunderling

Neue und interessante Zugangsmöglichkeiten zu den Begriffen „Steigung“ und „Krümmung“ von Funktionsgraphen ergeben sich, wenn die Geometrie nicht nur zur Veranschaulichung der Begriffsbildungen der Analysis herangezogen sondern als analytische Vektorgeometrie auch zur Lösung ihrer Fragestellungen benutzt und umgekehrt die Analysis zur Lösung geometrischer Aufgaben herangezogen wird.

Förderlich bei diesem Konzept ist die selbstverständliche Nutzung der Fähigkeiten von Graphikrechnern - z. B. TI 92 - oder von Computeralgebrasystemen auf dem PC - z. B. DERIVE. Ausblicke in Richtung Differenzialgeometrie bieten sich zwanglos an.

**Ein anderer Zugang zum  $(3n+1)$ -Problem** PM 43 (2001) 134

H.J. Losberg

Es wird dargelegt, dass der in einem von K.H. Metzger in seinem Artikel in der PM vom Februar 2000 beschriebene Beweisversuch selbst dann noch nicht die  $(3n+1)$ -Vermutung beweist, wenn die festgestellten Beweislücken aus früheren Artikeln beseitigt werden könnten. Statt dessen wird ein anderer Zugang zum Problem vorgeschlagen, der sich auf die Konstruktion eines Zusammenhangs zwischen der Originalabbildung und einer analog zu bildenden, aber leichter zu durchschauenden Abbildung stützt. Dazu werden die Gesetzmäßigkeiten dieses Zusammenhangs anhand geeigneter doppelt-unendlicher Matrizen dargestellt und bewiesen. Schließlich wird ein Algorithmus vorgestellt, mit Hilfe dessen man die Elemente der ersten  $j$  Spalten einer dem Ulam-Problem zugeordneten Matrix für eine beliebige große natürliche Zahl  $j$  berechnen kann: Die zugehörige Matrix mit unendlich vielen Spalten enthält zwar alle ungeraden Zahlen als Elemente, für die eine Iteration nach dem  $(3n+1)$ -Verfahren bei 1 ankommt, doch das Problem bleibt weiterhin offen.

**Elementare Untersuchungen zum Euklidischen Algorithmus und zu den Fibonacci-Zahlen** PM 43 (2001) 141

H.K. Strick

Der Beitrag beschäftigt sich mit der Durchführung des Euklidischen Algorithmus mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms, der Darstellung des Algorithmus durch Kettenbrüche, der grafischen Darstellung dieser Kettenbruchentwicklung durch Rechteckzerlegungen mit einer möglichst geringen Zahl von quadratischen Puzzle-Stücken sowie der besonderen Rolle der Fibonacci-Rechtecke. Alle behandelten Fragen lassen sich im Unterricht der Sek. I behandeln.

**Beweisen mit einem CAS - oder ohne ?** PM 43 (2001) 145

H.R. Schneebeli

Es hat schon immer Beweise gegeben, die wesentlich auf Rechnen beruhen. Für Beweise mit einem Computer-Algebra-System ist dieser Ansatz zwingend. Ein Beispiel soll zeigen, dass auch CAS-Beweise mathematischen Sachverstand verlangen und dass gelegentlich eine begrifflich geführte Analyse im Anschluss an einen CAS-Beweis zu vertiefter Einsicht führen kann.

# Kurzfassungen Heft 4

**Geometrischer Zugang zur Formel  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$**  PM 43 (2001) 185  
*M. Engel*  
 Die Formel wird in der Differentialrechnung bei der Ableitung trigonometrischer Funktionen benötigt. Die bereits bekannten Beweise werden durch eine aus der Anschauung kommende Beweisführung ergänzt. Mit Hilfe geometrischer Betrachtungen an regelmäßigen  $n$ -Ecken und einem Grenzprozess wird in Verknüpfung von Geometrie und Analysis eine neue Argumentationskette aufgezeigt.

**Ansätze zur Weiterentwicklung von Mathematikunterricht** PM 43 (2001) 161  
*V. Ulm*  
 Es werden zahlreiche Anregungen gegeben, wie Mathematikunterricht variationsreich gestaltet werden kann, um kreativen Umgang mit Mathematik und eigenständiges Denken und Arbeiten zu fördern. Anhand von Aufgaben werden Möglichkeiten aufgezeigt, wie dies in der konkreten Unterrichtssituationen zu realisieren ist.

**Geburtstagsprobleme** PM 43 (2001) 168  
*H. Hemme*  
 Wann soll jemand in einem Gemeinjahr seinen Geburtstag feiern, der in einem Schaltjahr am 29. Februar geboren wurde? Es wird von der Annahme ausgegangen, dass der Geburtstag immer an den Tagen gefeiert werden sollte, an denen seit dem Zeitpunkt der Geburt ein ganzzahliges Vielfaches eines mittleren Kalenderjahres verstrichen ist. Es stellt sich heraus, alle Geburtstage, nicht nur der am Schalttag, können von Jahr zu Jahr über mehrere Tage im Datum schwanken.

**Projekt zum Thema: Prozent- und Zinsrechnung** PM 43 (2001) 170  
*H. Michaelis*  
 Im Mittelpunkt dieses Projektes steht die praxisorientierte Anwendung der Prozent- und Zinsrechnung. Über den Unterrichtsstoff hinaus und in Zusammenarbeit mit außerschulischen Instituten fordert dieses Projekt von den Schülerinnen und Schülern neben der Selbständigkeit in der Bearbeitung von Aufgaben auch fachliche und informationstechnologische Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie das Verständnis, sich auf eine andere Art mit dem schwierigen Stoff auseinanderzusetzen.

**Einige Klassifizierungen der Vierecke** PM 43 (2001) 172  
*H.G. Schönwald*  
 Als Beispiele zur Lösung von innermathematischen, elementaren, geometrischen Problemen werden zwei Klassifizierungen hergeleitet, abstrahierend miteinander verglichen und verallgemeinert. Die Lösungen sind komplex, bleiben aber konkret. Man kann also damit mathematische Denken auf einem niederen Niveau üben.

**Untersuchungen am Inkreis** PM 43 (2001) 175  
*H. Engelhaupt*  
 Es wird zunächst untersucht, unter welchen Bedingungen sich eine möglichst übersichtliche Gesamtfigur ergibt, wenn in einem Dreieck die drei Winkelhalbierenden und die drei Inkreisradien eingezeichnet werden. Zum Schluss werden dem Lehrer geeignete Dreiecke für seine Unterrichtspraxis zur Auswahl angeboten.

**Einige Anmerkungen zum Gebrauch der „ANS“-Taste** PM 43 (2001) 177  
*W. Zappe*  
 Die Verwendung der ANS-Taste auf einem Zwei-Zeilen-Rechner kann Unterricht interessanter machen, weil sich manche Aufgaben sehr leicht lösen lassen. Das Heranführen an Iterationsvorschriften ist eine gute Vorbereitung für die Nutzung von noch leistungsfähigerer Rechentechnik.

**Eine einheitliche Untersuchungsmethode der Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktion. Teil 2** PM 43 (2001) 181  
*Z. Urmanin*  
 Die Exponentialfunktion wird über  $\lim (1 + x/n)^n$  eingeführt. Anhand einer neuen Ungleichung [4] lassen sich entscheidende Inhalte zur Definition und zu den Eigenschaften dieser Funktion direkt bzw. fast direkt begründen. Kontinuität und Zusammenhänge sind - trotz sparsamer Darstellung - leicht erkennbar. Ein Beitrag zur Praxis der Mathematik in der Sek II.

**Die geometrische Bedeutung der Änderung beim Heron-Verfahren** PM 43 (2001) 186  
*G. Scheu*  
 Das Heron-Verfahren bedeutet geometrisch, dass die Seitenlänge des gegebenen Quadrats durch die Seitenlängen eines flächengleichen Rechtecks eingeschachtelt wird. Wachstumsformen können durch eine Iterationsvorschrift der Form  $w_{n+1} = w_n + \Delta w$ ,  $n \in \mathbb{N}$  mit dem Anfangswert  $w_0$  und der Änderung  $\Delta w$  beschrieben werden. Durch Umformen des Heron-Verfahrens erhalten wir die Form der Iterationsvorschrift für Wachstumsformen. Dann betrachten wir die geometrische Bedeutung dieser Iterationsvorschrift, insbesondere der Änderung. Zur Bestimmung der Änderung wird das alte Rechteck in ein Quadrat und ein Teilrechteck zerlegt. Das Teilrechteck wird nun in zwei kongruente Rechtecke geteilt. Damit ist die neue Reckseite gefunden und gezeigt, dass das Iterationsverfahren eine Intervallschachtelung liefert.

**Ein toller Körper!** PM 43 (2001) 186  
 Über eine Diskussion in der gymnasialen Oberstufe  
*P. Eisenmann*  
 Bei der Behandlung der Themen *Zahlenfolgen* und *Der Grenzwertbegriff* in der gymnasialen Oberstufe werden die Schüler auch mit der geometrischen Reihe bekannt gemacht. Der folgende Beitrag schildert eine Aufgabe, deren Lösung zu einem Körper führt, der endliches Volumen und unendlichen Oberflächeninhalt hat.

**Selbstähnlichkeit und Inkommensurabilität** PM 43 (2001) 189  
*P. Herfort*  
 Abgesehen von trivialen Fällen lassen sich selbstähnliche Figuren aus theoretischen wie praktischen Gründen nicht von Hand konstruieren. Mit den graphischen Möglichkeiten des Computers kann wenigstens ein Eindruck von solchen Figuren vermittelt werden. Der Beitrag zeigt auf, dass vermutlich die Vision einer selbstähnlichen Figur, die hier mit den Mitteln der Iterated Function Systems (IFS) rekonstruiert wird, um 450 v. Chr. zur Entdeckung der Inkommensurabilität von Seite und Diagonale im regelmäßigen Fünfeck führte und damit die Entwicklung des modernen Zahlbegriffs einläutete.

**Die Keplersche Regel** PM 43 (2001) 196  
*G. Scheu*  
 Die meisten Integrale besitzen in der Praxis keine Stammfunktion, so dass bestimmte Integrale näherungsweise gelöst werden müssen. Im einfachsten Fall wird das Schaubild der Funktion durch eine Treppenkurve oder einen Streckenzug approximiert. *Kepler* verwendete für seine Fassregel eine geeignete Parabel zweiten Grades. Wir wollen im folgenden diese Idee mit dem TI-92 Plus nachvollziehen.

**Funktionenfolgen im Leistungskurs - Erfahrungen mit der Sichtweise von Schülern** PM 43 (2001) 197  
*W. Göbels*  
 In einem Leistungskurs Analysis sollten Schülerinnen und Schüler experimentell mit Hilfe eines Funktionsplotters untersuchen, ob die Graphen der Funktionenfolge  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $f_n(x) := x^n$  auf  $[0;1]$  einen "Grenzgraphen" besitzen. Der vorliegende Erfahrungsbericht analysiert, welche Vorstellung sie mit diesem rein intuitiven Begriff verbanden.

## Kurzfassungen Heft 5

**Was passierte in Palm Beach, Florida ?** PM 43 (2001) 209

Anmerkungen zur Wahl des 43. US-Präsidenten

*Joachim Engel*

Wurde die 43. amerikanische Präsidentenwahl durch einen missverständlich aufgebauten Wahlschein, der nur in einem Landkreis Floridas eingesetzt wurde, entschieden. Der Kontext der Präsidentenwahl bietet ein aktuelles Beispiel, an dem Methoden und Herangehensweisen der explorativen Datenanalyse exemplarisch demonstriert werden können. Der Aufsatz schließt eine inferenzstatistische Beurteilung dieser Frage mit ein.

**Bemerkungen zum Hare/Niemeyer- Verfahren** PM 43 (2001) 212

*H. Wegner*

In Deutschland wird bei vielen Wahlen zur Berechnung der Sitzverteilung das Hare/Niemeyer-Verfahren angewendet. Durch Wegfall einer Sperrklausel, wie bei den Kommunalwahlen 1999 in Nordrhein-Westfalen, kann das Hare/Niemeyer-Verfahren bei kleinen Anteilen zu einer erheblichen Abweichung von der Proportionalität führen.

**Pressemeldungen (11): Schnapszahl-Ehen** PM 43 (2001) 214

*H.K. Strick*

Nicht alles, was in der Zeitung steht, muss deshalb schon stimmen. Wer statistische Aussagen verbreitet, sollte diese auch belegen können. Die Brüchigkeit der am 8.8.88 abgeschlossenen Ehen wurde von Standesbeamten in Medienberichten behauptet, konnte aber von Statistikern widerlegt werden; vielleicht stimmt sogar das Gegenteil.

**„ODDSET“ - durch die mathematische Brille betrachtet** PM 43 (2001) 216

*C. Dockhorn*

Der Erwartungswert ist in der Stochastik eine relevante Größe bei der Analyse statistischer Massenphänomene. Diese Bedeutung wird anhand von wahrscheinlichkeitstheoretischen Betrachtungen der Sportwette „ODDSET“ aufgezeigt. Insbesondere wird abgeschätzt, welcher Anteil des Einsatzes der Spielergemeinde an die Spieler zurückgegeben wird.

**Elementare Überlegungen zum Ziegenproblem** PM 43 (2001) 218

*C. Dockhorn / M. Engel*

Das so genannte Ziegenproblem wird auf eine Art gelöst, die direkt aus der Unterrichtspraxis der Autoren hervorgegangen ist. Im Zentrum stehen eine geschickte Umgestaltung der Spielsituation und inhaltliche Überlegungen, die mathematische Formalismen unnötig machen und somit einen einfachen Zugang zu diesem Problem aufzeigen.

**EURO, EURO, du musst wandern ...** PM 43 (2001) 223

- Untersuchungen über das Wandern von Münzen

*H.K. Strick*

Der bevorstehende Übergang zu einer neuen Währung in 12 europäischen Ländern gab die Anregung zu einem Projekt, in dem das Wandern von Münzen in Deutschland untersucht wurde. Die deutschen Münzen werden in 5 verschiedenen Prägestätten hergestellt, von diesen Anstalten beziehen die Banken ihren Münz-Nachschub. Wie lange dauert es z. B., dass ein in Berlin geprägtes 10-Pfennig- oder 1-Pfennig-Stück bis nach Freiburg gelangt? Stichproben aus 8 deutschen Städten geben möglicherweise Informationen über die zu erwartende Vermischung von EURO-Münzen verschiedener Herkunft.

**Grafische Veranschaulichung von statistischen Daten mittels box-plot** PM 43 (2001) 220

*M. Spielmann*

Median und Quartile sind leicht zu ermittelnde Kennzahlen eindimensionaler statistischer Daten. Mittels box-plot werden die Daten grafisch dargestellt. Er ist in grafikfähigen Taschenrechnern TI 83 und TI 92 implementiert.

**Kleine Mathematik der Krawattenknoten** PM 43 (2001) 229

*E. Neumann*

Die neu entdeckte Formel zur Berechnung der Anzahl aller Krawattenknoten diente als Anregung für einen Schülerbeitrag zu „Jugend forscht“. Hier wird ein Einblick in die Vielfalt der Interpretationsmöglichkeiten („Krawattenfolge“; „Krawattenfunktion“) gegeben, womit eine Anregung für die Unterrichtsthemen **vollständige Induktion** und **komplexe Zahlen** verbunden ist.

**Ein weiteres Adventskerzenproblem** PM 43 (2001) 232

*T. Grimm*

Aus dem Familienleben gegriffen wird beschrieben, wie man aus Bienenschwaben Adventskerzen basteln kann, die gleichzeitig ausbrennen. Das Schnittmuster berücksichtigt minimale Dochtlänge und ästhetische Kerzenspitzen, die Auspustregel rundet das Problem ab.

**Die Reifeprüfung in Österreich** PM 43 (2001) 233

*W. Janous*

In diesem Beitrag wird über die Rahmenbedingungen der Abschlussprüfung an österreichischen AHS (= allgemeinbildenden höheren Schulen) berichtet. Zur Illustration der momentanen Anforderungen dieser (*nicht zentral gestellten*) Prüfung werden die Aufgaben von sechs Klausuren präsentiert.

**ZahlFix** PM 43 (2001) 237

Ein Spiel für Schüler ab dem 4. Schuljahr

*A. Brinkmann*

Fix im Umgang mit Zahlen von 1 bis 1000? ZahlFix fordert und fördert die Kenntnis besonderer Zahlenwerte (Quadratzahlen, Kubikzahlen, 2er Potenzen, 5er Potenzen) und trainiert Rechenfertigkeiten. Da die Spielregeln von ZahlFix offene Problemstellungen beinhalten, die von Schülern in immer wieder anderer Weise gelöst werden können, ist ZahlFix ein Spiel, das von einer Lerngruppe öfters gespielt werden kann.

**Rund um den Computer** PM 43 (2001) 239

*U. Brauner*

Eine Unterrichtsreihe zur Lösung von Gleichungssystemen mit 2 und mehr Variablen in Anwendungssituationen rund um den Computer (Anschaffung eines Druckers, Auswahl eines Providers) wird vorgestellt. Dabei sollten die Schülerinnen und Schüler auch eine Vielfalt an Methoden, einschließlich der durch den Computereinsatz selbst gegebenen Möglichkeiten bei der Lösung von Gleichungssystemen, kennenlernen.

**Die aufgehängte Erdkugel als Aufhänger** PM 43 (2001) 241

*Th. Gawlick*

Einige Vertiefungsmöglichkeiten zur rechnergestützten Erarbeitung dieser Aufgabe. Die bekannte Verblüffung über die Höhe des Aufhängepunktes wird ergänzt durch überraschende Phänomene bei der numerischen bzw. iterativen Lösung der auftretenden Gleichung - ein nachdrücklicher Anreiz zum reflektierten Gebrauch von Werkzeugen.

## Kurzfassungen Heft 6

**Nur noch zwei binomische Formeln ?** PM 43 (2001) 265

*H.G. Schönwald*

Die binomischen Formeln bleiben einigen Schülern nach wie vor verschlossen, insbesondere wenn es darum geht, dass die Variablen ja nicht zwangsläufig positiv sein müssen. Der Verfasser schlägt vor, die insgesamt 32 Formeln der Gestalt  $\pm(a \pm b)(\pm a \pm b)$  zu behandeln, zumal dabei im Gespräch und beim Klassifizieren viele Überlegungen und Begründungen das Verständnis fördern werden.

**Das Pilotenspiel** PM 43 (2001) 266

*W. Bayer*

Mathematik-Kenntnisse contra Abzocker:

Am Beispiel des Pilotenspiels wird unter Verwendung der geometrischen Reihe demonstriert, dass sogenannte Pyramiden zusammen brechen müssen.

**Sollten wir noch Logarithmen unterrichten ?** PM 43 (2001) 267

*H. G. Schönwald*

Einige Argumente für und wider das Behandeln von Logarithmen im Schulunterricht sind zusammengestellt, sowohl zeitlos gültige als auch aktuell bedingte.

**Ausgewählte Ergebnisse des Projektes Sach- und Methodenkompetenz in den Klassen 5 und 6 im Fach Mathematik in Brandenburg** PM 43 (2001) 268

*M. Klunter, E. Köhler, M. Raudies*

In einer umfassenden Studie über fünf Fächer (Arbeitslehre, Biologie, Deutsch, Kunst und Mathematik) wurde die Sach- und Methodenkompetenz von Schülerinnen und Schülern der Klassenstufen 5 und 6 untersucht. Einige ausgewählte Ergebnisse im Fach Mathematik werden hier dargestellt. Dabei wird ausführlich auf Kategorien der Kompetenzmessung (Sachkenntnisse wiedergeben, Grundfertigkeiten anwenden, Zusammenhänge erfassen, Probleme lösen) unter Berücksichtigung kognitiver Aspekte des Lernens eingegangen.

**Mathematikabitur im Technologiezeitalter** PM 43 (2001) 274

*A. Köhler*

Die Abiturprüfungen in Mathematik werden bald darauf reagieren müssen, dass Schüler heute Zugang zu wesentlich leistungsfähigeren Taschenrechnern und Computern haben als früher. Die Abiturprüfungen aus den USA könnten hierfür richtungweisend sein. Dort sind seit einigen Jahren programmierbare, grafikfähige Rechner zugelassen. Die Abituraufgaben integrieren das algebraische Wissen der Schüler mit numerischen Rechnermethoden, und die Schüler demonstrieren beim Lösen dieser Aufgaben noch immer genau so viel mathematisches Verständnis wie zuvor.

**Wortmeldung zur Mathematik in der Schule** PM 43 (2001) 280

*W. Schleinitz*

Ursachen der nicht-befriedigenden Leistungen auch im Fach Mathematik sind u.a. Veränderungen im Umfeld der Schüler, mangelnde Einübung von Ordnung, Lerndisziplin, Konzentrationsfähigkeit als Voraussetzung für bewusstes und kreatives Lernen, mangelnde Forderungen an die Schüler, unzureichende Verbindlichkeit des Faches und zu geringe Wertschätzung von Seiten der Gesellschaft.

**Ortslinienproblem mit Variationen** PM 43 (2001) 281

*W. Neidhardt*

Anhand eines speziellen elementargeometrischen Beispiels wird eine Brücke geschlagen zwischen den schulmathematischen Gebieten Analysis, Analytische Geometrie und Elementargeometrie. Dabei spielt der Computer eine wesentliche Rolle als Veranschaulicher, als Dynamisierer, als Messwerkzeug und als Rechenknecht.

**Wie wahrscheinlich sind  $k$  Sechsen hintereinander beim mehrfachen Würfeln?** PM 43 (2001) 284

*A. und U. Abel*

Wir untersuchen die Wahrscheinlichkeit, dass bei  $n$ -maligem Würfeln  $k$  Sechsen ( $k \geq 1$ ) hintereinander auftreten. Im speziellen Fall  $k = 2$ , der kürzlich in PM behandelt wurde, berechnen wir durch Lösen einer Differenzgleichung einen expliziten Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit. Da für allgemeines  $k$  offenbar keine explizite Formel angegeben werden kann, leiten wir einen Näherungsausdruck her, der auch das asymptotische Verhalten für  $n \rightarrow \infty$  zeigt.

**Bundeswettbewerb Mathematik 2001 1. Runde – Aufgaben und Lösungen** PM 43 (2001) 300

*K. Fegert*

Die Aufgaben der ersten Runde des diesjährigen Bundeswettbewerbs Mathematik (2001) werden vorgestellt. Zusätzlich zu den Lösungen werden Hinweise auf typische Fehler gegeben und Möglichkeiten zum Einsatz im Mathematikunterricht aufgezeigt.

**Zum Problem 1036 "Hippokrates ..."** PM 43 (2001) 294

*H. Bubeck*

Durch eine naheliegende Erweiterung des Begriffs "Möndchen" wird eine Verbindung zu bekannten Dreiecksgrößen verdeutlicht. Die Rechtwinkligkeit des Dreiecks erweist sich als unerheblich. Neue Zusammenhänge werden aufgedeckt. Weitere Verallgemeinerungen werden schrittweise vorgenommen und führen schließlich über Drehstreckungen zum Verständnis des allgemeinsten Falles. Zum Schluss wird der Zusammenhang mit einem Gleichdick dargelegt.